



Scientiae Educatia: Jurnal Pendidikan Sains

journal homepage: www.syekhnurjati.ac.id/jurnal/index.php/sceducatia

<https://www.syekhnurjati.ac.id/jurnal/index.php/sceducatia/article/view/1346>



Penentuan Besar Percepatan Gravitasi Bumi Menggunakan Ayunan Matematis Dengan Berbagai Metode Pengukuran

Muhammad Minan Chusni

Program Studi Pendidikan Fisika, UIN Sunan Gunung Djati Bandung

*Corresponding author. Jl. AH. Nasution No 105, Kota Bandung, 40614, Jawa Barat, Indonesia. E-mail addresses: minan.chusni@uinsgd.ac.id

article info

Article history:

Received 14 February 2017

Received in revised form 27 April 2017

Accepted 12 June 2017

Available online June 2017

Keywords:

earth's gravity
mathematical swing
measurement methods

Kata Kunci:

gravitasi bumi
ayunan matematis
metode pengukuran

abstract

Research has been done on the determination of the acceleration of gravity of the earth using mathematical swings by various methods of measurement. Data retrieval is done by removing the pendulum attached to a string that is hanging and then time. Data processing is done by single measurement method, repeatable measurement, measurement with weighted mean and measurement with linear regression without weight. From the experimental data, the results of the Earth's gravity measured using a single measurement method (9.689 ± 0.009) m/s², repeated measurements of (9.832 ± 0.001) m/s², repeated measurements with weighted average of (9.835 ± 0.004) m/s² and measurement by linear regression without weight as big as (9.71 ± 0.43) m/s².

Telah dilakukan penelitian tentang penentuan besar percepatan gravitasi bumi menggunakan ayunan matematis dengan berbagai metode pengukuran. Pengambilan data dilakukan dengan cara melepaskan bandul yang diikatkan pada tali yang tergantung kemudian dicatat waktunya. Pengolahan data dilakukan dengan metode pengukuran tunggal, pengukuran berulang, pengukuran dengan rata-rata berbobot dan pengukuran dengan regresi linier tanpa bobot. Dari data eksperimen diperoleh hasil besar gravitasi bumi menggunakan metode pengukuran tunggal sebesar (9.689 ± 0.009) m/s², pengukuran berulang sebesar (9.832 ± 0.001) m/s², pengukuran berulang dengan rata-rata berbobot sebesar (9.835 ± 0.004) m/s² dan pengukuran dengan regresi linier tanpa bobot sebesar (9.71 ± 0.43) m/s².

2017 Scientiae Educatia: Jurnal Pendidikan Sains

1. Pendahuluan

Percepatan gravitasi g adalah percepatan yang dialami oleh benda karena beratnya sendiri. Berat benda adalah gaya tarik bumi pada benda tersebut. Gaya ini adalah gaya gravitasi yaitu gaya tarik menarik antara dua massa. Karena bumi tidak berbentuk bola maka besarnya g tidaklah sama untuk setiap tempat di permukaan bumi (Tipler, 1998). Hukum gravitasi jagat raya menurut Newton (Young & Freedman, 2002) dirumuskan dengan persamaan sebagai berikut:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1)$$

dengan F = gaya tarik menarik antara massa m_1 dan m_2

m_1 = massa benda pertama

m_2 = massa benda kedua

r = jarak antara kedua pusat massanya

G = tetapan gravitasi

Hukum ini berlaku untuk semua materi di jagat raya ini. Jadi menurut hukum ini berat suatu benda di bumi adalah:

$$w = G \frac{Mm}{r^2} \quad (2)$$

dengan M = massa bumi

m = massa benda

r = jarak benda sampai pusat bumi

Menurut hukum II Newton bahwa $\Sigma F = m \cdot a$ yang dalam hal ini adalah $w = m \cdot g$, maka percepatan gravitasinya adalah:

$$g = G \frac{M}{r^2} \quad (3)$$

Percepatan gravitasi di permukaan bumi adalah:

$$g_0 = G \frac{M}{r^2} \tag{4}$$

dengan R adalah jari-jari bumi.

Karena bumi tidak berbentuk bola maka besarnya g tidaklah sama untuk setiap tempat di permukaan bumi. Hubungan antara g disuatu tempat yang jaraknya adalah r dari pusat bumi dengan g_0 akan diperoleh:

$$g = g_0 \frac{R^2}{r^2} \tag{5}$$

Untuk suatu tempat setinggi h dari permukaan bumi diperoleh:

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} \tag{6}$$

Untuk h yang panjangnya jauh lebih kecil dari R , maka berlaku:

$$g = g_0 \left(1 - 2 \frac{h}{R} \right) \tag{7}$$

Secara eksperimen besarnya percepatan gravitasi bumi dapat ditentukan dengan metode ayunan matematis seperti berikut ini.

Suatu benda digantungkan pada suatu titik tetap dengan seutas tali yang dianggap tidak bermassa, kemudian tali tersebut disimpangkan sebesar sudut θ terhadap garis vertikal maka gaya pulihnya menurut (Prasetio, et al., 1992) adalah:

$$F = -mg \sin \theta \tag{8}$$

Menurut (Prasetio, et al., 1992) untuk sudut θ tanda negatif menunjukkan arah gaya pulih berlawanan dengan sudut simpangan θ yang kecil, sehingga $\sin \theta = \theta = \frac{S}{L}$, dengan S adalah busur lintasan benda dan L adalah panjang tali. Massanya nol, sehingga massa sistem dianggap terkumpul hanya pada pembeban bandul. Bandul kemudian diganggu dari titik kesetimbangannya dengan memberikan sudut simpangan θ yang kecil. Syarat sudut θ kecil, penting sekali untuk keperluan pendekatan (Ranreng, 1984)

Maka persamaan (8) akan menjadi:

$$F = -\frac{mg}{L} S \tag{9}$$

Jika gaya gesekan terhadap udara dan gaya puntiran pada tali diabaikan maka persamaan (9) menjadi:

$$m \frac{d^2 S}{dt^2} = -\frac{mg}{L} S \text{ atau } \frac{d^2 S}{dt^2} + \frac{g}{L} S = 0 \tag{10}$$

Ini adalah persamaan diferensial getaran selaras sebagaimana dengan uraian dari (Shofwan, 2003) menyatakan hubungan antar besaran-besaran fisis pada gerak bandul:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \text{ atau } g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \text{ (Tipler, 1998)} \tag{11}$$

Dengan demikian jika L dan T dapat diukur, sehingga besarnya percepatan gravitasi bumi pada suatu tempat dapat diketahui. Supaya diperoleh data yang teliti, perlu diperhatikan persyaratan sebagai berikut:

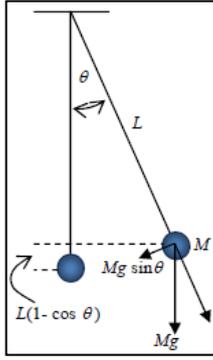
Tali penggantung harus lebih ringan dari massa benda.

Simpangannya harus kecil ($\theta < 10^0$).

Gesekan dengan udara harus sangat kecil.

Gaya puntiran tidak boleh terjadi.

(Tipler, 1998)



Gambar 1. Ayunan Bandul Matematis

Secara eksperimen besarnya percepatan gravitasi bumi dapat ditentukan dengan metode ayunan matematis. Suatu benda digantungkan pada suatu titik tetap dengan seutas tali yang dianggap tidak bermassa, kemudian tali tersebut disimpangkan sebesar sudut θ terhadap garis vertikal. Kemudian diperoleh data panjang tali L dan periode ayunan T , yang selanjutnya dianalisis dengan berbagai metode pengukuran seperti pengukuran yaitu pengukuran tunggal, pengukuran berulang, pengukuran berulang dengan rata-rata berbobot dan regresi linier tanpa bobot (Bevington & Robinson, 2003).

Berdasarkan hal tersebut akan diteliti besarnya percepatan gravitasi di suatu tempat menggunakan ayunan matematis dengan berbagai metode pengukuran

2. Metode Penelitian

Alat dan bahan penelitian; 1) Tali sebagai pengikat bandul, 2) Bandul sebagai beban, 3) Mistar untuk mengukur panjang tali 4) Stop watch untuk mengukur waktu ayunan. Prosedur penelitian; 1) Menyusun alat seperti pada gambar 1, 2) Tentukan panjang tali penggantung yang diukur dari pusat bola sampai dengan kedudukan penjepit tali, 3) Simpangkan bola kemudian lepaskan, 4) Catat waktu yang diperlukan untuk melakukan 10 kali ayunan.

Pengambilan data bertempat di laboratorium fisika dasar Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta. Metode analisis yang digunakan pada penelitian ini adalah pengukuran tunggal, pengukuran berulang, pengukuran berulang dengan rata-rata berbobot, dan regresi linier tanpa bobot sebagaimana dinyatakan pada persamaan berikut.

1. Pengukuran tunggal

Pada metode ini, pengukuran panjang tali L dan periode ayunan T hanya dilakukan satu kali. Pengukuran tunggal dalam fisika sebagaimana diketahui akan menghasilkan angka yang tidak teliti dan tidak pernah digunakan sebagai metode pengukuran dalam eksperimen fisika dasar. Metode ini tetap digunakan dalam penelitian ini semata-mata untuk menunjukkan hasil pengukurannya untuk dibandingkan dengan metode pengukuran lainnya. Sebagaimana persamaan (11), periode getaran selaras bandul adalah:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{atau} \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L \quad (12)$$

sehingga besarnya percepatan gravitasinya adalah:

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} L \quad (13)$$

dengan ketidakpastian pengukurannya adalah:

$$\begin{aligned} s_g &= \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial L} s_L\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T} s_T\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2} s_L\right)^2 + \left(\frac{8\pi^2 L}{T^3} s_T\right)^2} \end{aligned} \quad (14)$$

2. Pengukuran berulang

Pada metode ini, pengukuran panjang tali L dan periode ayunan T hanya dilakukan berulang-ulang, tujuan dari dilakukannya pengukuran berulang adalah untuk mendapatkan data yang bervariasi sehingga diperoleh kecenderungannya. Pada pengukuran berulang ini diperoleh panjang tali rata-rata diperoleh \bar{L} dan periode ayunan rata-rata \bar{T} menghasilkan ketidakpastian sebesar:

$$s_{\bar{L}} = \sqrt{\frac{\sum (L_i - \bar{L})^2}{n(n-1)}} \quad (15)$$

$$s_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{\sum (T_i - \bar{T})^2}{n(n-1)}} \quad (16)$$

Sehingga besarnya persamaan gravitasi bumi rata-rata beserta ketidakpastiannya dapat dinyatakan dengan persamaan (17) dan (18) sebagai berikut.

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2}{\bar{T}^2} \bar{L} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} s_{\bar{g}} &= \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial L} s_{\bar{L}}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T} s_{\bar{T}}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{\bar{T}^2} s_{\bar{L}}\right)^2 + \left(\frac{8\pi^2 \bar{L}}{\bar{T}^3} s_{\bar{T}}\right)^2} \end{aligned} \quad (18)$$

Selanjutnya hasil pengukuran percepatan gravitasi dengan metode berulang dapat dinyatakan dengan persamaan:

$$g = \bar{g} \pm s_{\bar{g}} \quad (19)$$

3. Pengukuran berulang dengan rata-rata berbobot

Pada metode ini, hampir sama dengan metode kedua tetapi besarnya percepatan gravitasi bumi merupakan kontribusi dari beberapa kelompok yang sama-sama melakukan percobaan di tempat tersebut, sehingga diperoleh data masing-masing kelompok sebagai berikut.

$$\text{a. Kelompok 1 : } g_1 = \bar{g}_1 \pm s_{\bar{g}_1} \quad (20)$$

$$\text{b. Kelompok 2 : } g_2 = \bar{g}_2 \pm s_{\bar{g}_2} \quad (21)$$

$$\text{c. Kelompok 3 : } g_3 = \bar{g}_3 \pm s_{\bar{g}_3} \quad (22)$$

$$\text{d. Kelompok ke-n : } g_n = \bar{g}_n \pm s_{\bar{g}_n} \quad (23)$$

Selanjutnya memiliki ketidakpastian pengukuran yang dinyatakan dengan persamaan berikut:

$$s_{\bar{g}} = \frac{1}{\sqrt{s_{g_1}^2 + s_{g_2}^2 + s_{g_3}^2 + \dots + s_{g_n}^2}} \quad (24)$$

d. Regresi linier tanpa bobot

Pada metode ini, untuk keadaan di mana grafik regresi berbentuk garis lurus maka persamaan regresinya secara umum diberikan oleh persamaan (12), menurut (Bevington & Robinson, 2003):

$$y = ax + b \quad (25)$$

dengan koefisien a dan b dapat ditentukan dengan persamaan:

$$a = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (26)$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i y_i \sum x_i}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (27)$$

$$a = \frac{4\pi^2}{g} \text{ sehingga } g = \frac{4\pi^2}{a} \quad (28)$$

Dengan memiliki ketidakpastian s_a dan s_g sesuai persamaan:

$$s_a = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}} \sqrt{\frac{n}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}} \quad (29)$$

$$s_g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial a} s_a\right)^2} = \frac{4\pi^2}{a^2} s_a \quad (30)$$

3. Hasil dan Pembahasan

Hasil Penelitian

Data Percobaan

Berikut ini adalah data yang diperoleh dari hasil percobaan ayunan matematis.

Tabel 1. L tetap (tertentu), T diukur satu kali

L (cm)	N (kali)	t (sekon)
90	10	19,15

Tabel 2. T diukur berulang, L = 90 cm ; n = 10 kali ayunan

No	L _i (cm)	t _i (sekon)
1.	90.0	18.80
2.	90.0	19.05
3.	90.0	19.12
4.	90.0	19.15
5.	90.0	18.93

Tabel 3. Variasi L masing-masing T hanya diukur sekali, n = 10 kali ayunan

No	L _i (cm)	t _i (sekon)
1.	90	18.93
2.	80	18.12
3.	70	16.77
4.	60	15.34
5.	50	14.16

2. Analisis Data

a. Pengukuran tunggal

Ketidakpastian mistar (s_l) dan stopwatch (s_T): $s_l = 0,0005$ m, $s_T = 0,005$ s. Dari data pengamatan pada tabel 1, kemudian dianalisis menggunakan persamaan 13 dan 14, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

$$g = 9.689 \text{ m/s}^2$$

$$s_g = 0.009 \text{ m/s}^2$$

$$g \pm s_g = (9,689 \pm 0.009) \text{ m/s}^2$$

b. Pengukuran berulang

Berdasarkan data pada tabel 2, kemudian dilakukan analisis menggunakan persamaan 15 dan 16, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut : $s_{Lrat} = 0$, dan $s_{Trat} = 0.006473$. Dari hasil tersebut kemudian diterapkan pada persamaan 17 dan 18, untuk menghitung rata-rata percepatan gravitasi pengukuran berulang, diperoleh hasil sebagai berikut:

$$G = 9.8319 \text{ m/s}^2$$

$$s_g = 0.001 \text{ m/s}^2$$

$$g \pm s_g = (9.832 \pm 0.001) \text{ m/s}^2$$

c. Rata-rata berbobot

Data perhitungan berbobot diambil dari berapa kelompok yang sama-sama melakukan pengukuran percepatan gravitasi, diperoleh data sebagai berikut.

Tabel 4. Rata-rata berbobot.

Kelompok	g	±	s _g	
1	10.11	±	0.09	m/s ²
2	9.664	±	0.102	m/s ²
3	9.38	±	0.39	m/s ²
4	9.71	±	0.43	m/s ²
5	9.835	±	0.004	m/s ²

Dengan menggunakan persamaan 23 dan 24, diperoleh hasil sebagai berikut:

$$g = 9.835 \text{ m/s}^2$$

$$s_g = 0.004 \text{ m/s}^2$$

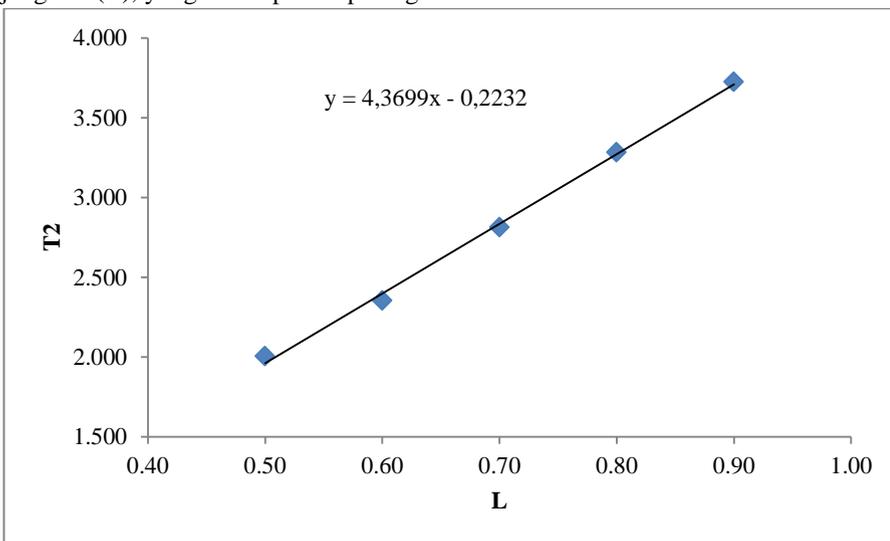
$$g \pm s_g = (9.835 \pm 0.004) \text{ m/s}^2$$

d. Regresi Linier Tanpa Bobot

Dari data pengamatan pada tabel 3, selanjutnya dianalisis menggunakan persamaan 26, 27, 28, 29 dan 30 sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

$$g \pm s_g = (9.71 \pm 0.43) \text{ m/s}^2$$

Hasil g di atas juga dapat diperoleh dengan melakukan *fitting* grafik hubungan antara kuadrat periodik (T^2) terhadap panjang tali (L), yang ditampilkan pada gambar berikut.



Gambar 2. Kurva kuadrat periodik (T^2) terhadap panjang tali (L)

Berdasarkan *fitting* grafik, diperoleh gradien atau nilai a sebesar 4,3699. Merujuk pada persamaan 12, yang mana

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L, \text{ ekuivalen dengan } y = ax + b. \text{ Dimana } a = \frac{4\pi^2}{g}, \text{ sehingga } g = \frac{4\pi^2}{a} = 9,71 \text{ m/s}^2.$$

B. Pembahasan

Dengan ayunan bandul matematis ini, percepatan gravitasi bumi g disuatu tempat dapat ditentukan setelah diketahui berapa besarnya periode ayunan bandul tersebut. Dari persamaan 11 diperoleh hubungan periode berbanding terbalik dengan percepatan gravitasi bumi g .

Pada percobaan ini, bandul akan berayun apabila tali disimpangkan dengan sudut θ tertentu. Hal ini disebabkan karena adanya gaya yang besarnya sebanding dengan jarak dari suatu titik, sehingga selalu menuju titik kesetimbangan. Akan tetapi sudut yang dibentuk diusahakan sekecil mungkin kurang dari 10^0 agar diperoleh data yang teliti (Tipler, 1998).

Berdasarkan pada analisis data diperoleh hasil perhitungan percepatan gravitasi bumi di laboratorium fisika dasar UAD dengan berbagai metode yaitu: metode pengukuran tunggal diperoleh hasil $g = (9,689 \pm 0,009) \text{ m/s}^2$, metode pengukuran berulang diperoleh hasil $g = (9,832 \pm 0,001) \text{ m/s}^2$, metode rata-rata berbobot diperoleh hasil $\bar{g} = (9,835 \pm 0,004) \text{ m/s}^2$ dan metode regresi linier tanpa bobot diperoleh hasil $g = (9,71 \pm 0,43) \text{ m/s}^2$. Setelah membandingkan beberapa metode

pengukuran tersebut maka dengan melihat angka yang mendekati dengan referensi dan melihat angka ketidakpastian pengukuran adalah metode pengukuran berulang dan metode rata-rata berbobot.

4. Simpulan

Dari penelitian yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa eksperimen penentuan percepatan gravitasi bumi di Yogyakarta dengan berbagai metode analisis pengukuran yaitu dengan pengukuran tunggal sebesar $(9,689 \pm 0,009) \text{ m/s}^2$, pengukuran berulang sebesar $(9,832 \pm 0,001) \text{ m/s}^2$, pengukuran berulang dengan rata-rata berbobot sebesar $(9,835 \pm 0,004) \text{ m/s}^2$ dan pengukuran dengan regresi linier tanpa bobot sebesar $(9,71 \pm 0,43) \text{ m/s}^2$.

5. Daftar Pustaka

- Bevington, P. & Robinson, D. K., (2003). *Data Reduction And Error Analysis For The Physical Sciences*. New York: McGraw-Hill.
- Prasetio, L., Hien, T. K. & Setiawan, S., (1992). *Mengerti Fisika. Pertama penyunt*. Yogyakarta: Andi Offset.
- Ranreng, A., (1984). *Asas-asas Ilmu Alam Universitas Jilid. I. Ujung Pandang: Badan Kerjasama Perguruan Tinggi Negeri. Indonesia Bagian Timur*.
- Shofwan, M., (2003). *Peranan Persamaan Diferensial Linier Orde Kedua pada Ayunan Bandul*, Malang: Universitas Negeri Malang.
- Tipler, P. A., (1998). *Fisika : untuk sains dan teknik*. Jakarta: Erlangga.
- Young, H. D. & Freedman, R. A., (2002). *Fisika Universitas*. Jakarta: Erlangga.