NURJATI JOURNAL OF MATHEMATICS AND MATHEMATICAL SCIENCES

Publikasi Online : April 2021
Volume 1, Nomor 1, 2021. Hal. 1 – 10

Journal homepage: **www.syekhnurjati.ac.id/jurnal/index.php/njmms**
email: **njmms@syekhnurjati.ac.id** e-issn: xxxxxx

ESTIMASI MODEL REGRESI PANEL KOMPONEN *ERROR* SATU ARAH DENGAN METODE MAKSIMUM *LIKELIHOOD*

Dilfi Nila Kharisma[1], Suliyanto[2], Toha Saifuddin[3]
[1]dilfikharisma@yahoo.com
[2]suliyanto@fst.unair.ac.id
[3] tohasaifudin@gmail.com
[1,2,3]Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga

Abstract. One way error component panel regression model is regression model using panel data that has double index in its variable to test unobservation (α_i) individual effect by taking N individual randomly from one population. The purpose of this final project is to estimated one way error component panel regression model with maximum likelihood method. The result of parameter regression estimation still depends on σ_ε^2 and σ_α^2 components so that, the iteration process until obtained the convergent parameter vector is needed to estimated the parameter. Fisher Test is used for testing the absence of individual effect. Likelihood Ratio Test is used for testing the influence of all of all predictor variables concurrently and each individually.

The data for the application of the one way error component panel regression model with maximum likelihood method are human development index in some districs / cities of East Java Province for 2007-2010 as the dependent variable (y), while predictors variable include: the percentage of opened unemployment rate (X_1), the percentage of baby mortality (X_2), the percentage of illiteracy for over 15 years old ages. The lack of fit test of one way error component panel regression model for $\alpha = 0.05$ shows that the model is appropriate and significant predictor variable are X_1, X_2, X_3 with $R^2 = 0.9621164$, MSE $= 1.185805$ and error random $u_i \sim N(4.515499\text{e} - 013, 1.06807)$.

Keywords : *One way error component panel regression model, Fisher Test, Maximum Likelihood method, Likelihood Ratio Test.*

1. PENDAHULUAN

Data penel merupakan perpaduan antara data *cross section* dan data *time series* yang memiliki dimensi ruang dan waktu. Pada data *time series* nilai-nilai yang diamati berasal dari satu atau lebih variabel selama periode waktu tertentu. Pada data *cross-section*, nilai-nilai yang diamati berasal dari satu atau lebih variabel yang dikumpulkan dari beberapa unit sampel yang berbeda pada waktu yang sama. Sedangkan pada data panel, nilai-nilai yang diamati berasal dari unit *cross section* yang sama (katakanlah sebuah keluarga atau suatu perusahaan atau negara) yang disurvei dari waktu ke waktu. Dalam data panel i melambangkan unit *cross-section* dan t melambangkan periode waktu. Jika setiap unit *cross-section* memiliki jumlah pengamatan yang sama untuk setiap periode waktu, maka disebut data panel seimbang. Jika setiap unit *cross-section* memiliki jumlah pengamatan berbeda pada setiap periode waktu, maka disebut data panel tidak seimbang. (Gujarati, 2004)

Salah satu keuntungan dari data panel adalah bahwa data panel mempunyai "dimensi ganda" yang memungkinkan untuk memperhitungkan faktor-faktor tidak teramati selama dianggap tetap dari waktu ke waktu. Regresi dengan menggunakan data panel, juga memberikan beberapa keunggulan dibandingkan dengan pendekatan standar *cross-section* dan *time series* yaitu dapat memberikan peneliti jumlah pengamatan yang besar, meningkatkan *degree of freedom* (derajat kebebasan), data memiliki variabilitas yang besar dan mengurangi kolinieritas antara variabel penjelas, yang dapat menghasilkan estimasi ekonometri yang efisien (Hsiao, 2003).

Model regresi panel yang digunakan dalam skripsi ini adalah model regresi panel komponen error satu arah karena penulis hanya ingin menguji efek individu yang tidak terobservasi (α_i). Model regresi panel komponen error satu arah adalah spesifikasi yang tepat untuk menggambarkan N individu secara random dari populasi yang besar. Dalam hal ini jika N berukuran besar model regresi panel dengan pendekatan *fixed effect* kurang tepat untuk digunakan. Efek individu diasumsikan bersifat random karena inferensi terhadap populasi dilakukan dengan mengambil sampel secara random. (Baltagi, 2005)

Dalam mengestimasi model regresi panel komponen error satu arah menurut (Matyas dan Sevestre, 2008) diperlukan metode estimasi khusus yang menghasilkan estimator yang konsisten sehingga semakin besar ukuran sampel maka nilai estimator semakin mendekati parameter sebenarnya. Salah satu metode yang bisa digunakan adalah metode maksimum *likelihood* yang memegang peran penting pada analisis ekonometrik modern (Anselin, 1999). Dalam pengujian kesesuaian model digunakan dua metode yaitu Uji *Fisher* yang digunakan untuk menguji ketidakadaan efek individu dan *Likelihood ratio test* yang digunakan untuk menguji hipotesis secara umum baik untuk satu populasi maupun lebih. *Likelihood ratio test* merupakan pengembangan dari uji MPT (*Most Power Test*) maupun uji UMPT (*Uniformly Most Power Test*). Berdasarkan uraian tersebut maka dalam penulisan skripsi ini dibahas estimasi model regresi panel komponen *error* satu arah, yang bersumber dari buku ekonometrika "The Econometrics of Panel Data, Third Edition", menggunakan metode maksimum *likelihood* dengan menambahkan uraian dan penjelasan secara lebih terperinci, menguji kesesuaian model regresi panel, dan menerapkan model regresi panel pada data riil yaitu data Indeks Pembangunan Manusia di sebagian wilayah Jawa Timur tahun 2007-2010 menggunakan *Software* S- Plus 2000.

2. METODE PENELITIAN

Estimasi Model Regresi Panel Komponen *Error* Satu Arah

Mengestimasi model regresi panel komponen *error* satu arah berdasarkan metode Maksimum *Likelihood* dengan langkah – langkah sebagai berikut:

a. Mengasumsikan data berpasangan $(y_{it}, X_{1it}, X_{2it}, \dots, X_{Kit})$; $i = 1,2,\dots,N$; $t = 1,2,\dots,T$ memenuhi model regresi panel komponen *error* satu arah yaitu:

$$y_{it} = \beta_0 + \sum_{k=1}^{K} \beta_k X_{kit} + u_{it} \;\; ; \;\; i = 1,\dots,N \; ; \; t = 1,\dots,T$$

dengan $u_{it} = \alpha_i + \varepsilon_{it}$.

$\alpha_i \sim IIDN(0,\sigma_\alpha^2)$, $\varepsilon_{it} \sim IIDN(0,\sigma_\varepsilon^2)$

b. Menyatakan model regresi panel komponen *error* satu arah dalam bentuk matriks

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{u}$$

dengan asumsi $\boldsymbol{u} \sim N(\boldsymbol{0}, \sigma_\varepsilon^2 \Omega)$

c. Menentukan pdf dari $\boldsymbol{y}$ adalah

$$f(\boldsymbol{y}) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^{NT} \sqrt{|\,\sigma_\varepsilon^2 \boldsymbol{\Omega}|}} exp\left[-\frac{1}{2\,\sigma_\varepsilon^2} (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta})'\boldsymbol{\Omega}^{-1}(-\boldsymbol{X\beta})\right]$$

d. Menentukan fungsi *likelihood* model regresi panel komponen *error* satu arah adalah

$$L(\boldsymbol{\beta}, \theta, \sigma_\varepsilon^2\,|\boldsymbol{y}) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^{NT} \sqrt{|\,\sigma_\varepsilon^2 \boldsymbol{\Omega}|}} exp\left[-\frac{1}{2\,\sigma_\varepsilon^2} (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta})'\boldsymbol{\Omega}^{-1}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta})\right]$$

e. Menghitung fungsi *log-likelihood* $\ell\,(\boldsymbol{\beta}, \theta, \sigma_\varepsilon^2) = \log L(\boldsymbol{\beta}, \theta, \sigma_\varepsilon^2|\boldsymbol{y})$

f. Menentukan syarat cukup agar fungsi *log-likelihood* mencapai nilai maksimum, yaitu:

$$\frac{\partial \ell\,(\boldsymbol{\beta}, \theta, \sigma_\varepsilon^2)}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{0}, \qquad \frac{\partial \ell\,(\boldsymbol{\beta}, \theta, \sigma_\varepsilon^2)}{\partial \sigma_\varepsilon^2} = \boldsymbol{0} \text{ dan } \frac{\partial \ell\,(\boldsymbol{\beta}, \theta, \sigma_\varepsilon^2)}{\partial \theta}$$

g. Mendapatkan $\hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\sigma}_\varepsilon^2, \hat{\theta}$
h. Mendapatkan $\hat{\sigma}_\alpha^2$ menggunakan rumus
$\hat{\sigma}_\alpha^2 = \frac{(1-\hat{\theta})\,\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{T\,\hat{\theta}}$
i. Mendapatkan estimasi model regresi panel komponen *error* satu arah adalah $\hat{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$

Menguji Kesesuaian Model

Untuk uji kesesuaian model regresi panel komponen *error* satu arah dilakukan dengan langkah – langkah sebagai berikut:

a. Menguji hipotesis model regresi panel komponen *error* satu arah melalui hipotesis :
$H_0 : \sigma_\alpha^2 = 0$ (model regresi panel komponen *error* satu arah tidak sesuai)
$H_1 : \sigma_\alpha^2 \neq 0$ (model regresi panel komponen *error* satu arah sesuai)
b. Menghitung nilai varians regresi *within* yang dinotasikan sebagai $\hat{\sigma}_w^2$ yang diperoleh dengan mengestimasi varians *error*.
c. Menghitung nilai varians regresi *between* yang dinotasikan sebagai $\hat{\sigma}_b^2$
d. Menghitung uji Fisher sebagai berikut
$\text{F hitung} = \frac{T\hat{\sigma}_b^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}$
e. Menentukan daerah kritis : F hitung $> F(N-k_b, N(T-1)-k_w)$
f. Membuat keputusan yaitu tolak H_0 jika $\frac{T\hat{\sigma}_b^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} > F(N-k_b, N(T-1)-k_w)$

Untuk uji serentak parameter model regresi panel komponen *error* satu arah dilakukan dengan langkah – langkah sebagai berikut:
a. Menguji hipotesis model regresi panel komponen *error* satu arah melalui hipotesis :
$H_0 : \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{0}$ (tidak ada pengaruh prediktor terhadap respon dalam model regresi panel komponen *error* satu arah)
$H_1 : \boldsymbol{\beta} \neq \boldsymbol{0}$ (ada pengaruh prediktor terhadap respon dalam model regresi panel komponen *error* satu arah)
b. Mencari nilai maksimum fungsi *log-likelihood* di bawah H_0 yang dinotasikan
$\ell_{\mathrm{H}_0}(\breve{\sigma}_\varepsilon^2, \breve{\theta})$
c. Menentukan nilai maksimum fungsi *log-likelihood* di bawah H_1 dinotasikan $\ell_{\mathrm{H}_1}(\hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\sigma}_\varepsilon^2, \hat{\theta})$
d. Menghitung statistik *LRT* sebagai berikut:
$G = -2\left[\ell_{\mathrm{H}_0}(\breve{\sigma}_\varepsilon^2, \breve{\theta}) - \ell_{\mathrm{H}_1}(\hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\sigma}_\varepsilon^2, \hat{\theta})\right]$
e. Menentukan daerah kritis : $G > \chi^2{}_{(\alpha,v)}$
f. Membuat keputusan yaitu tolak H_0 jika $G > \chi^2{}_{(\alpha,v)}$.

Untuk uji individu parameter model regresi panel komponen *error* satu arah dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :
a. Merumuskan hipotesis :
$\mathrm{H}_0 : \beta_j = 0 ;\ j = 1, 2, \ldots, k$
$\mathrm{H}_1 : \beta_j \neq 0$
b. Menentukan nilai maksimum fungsi *log likelihood* dibawah H_0 dinotasikan sebagai
$\ell_{\mathrm{H}_0}\left(\tilde{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_j, \tilde{\hat{\sigma}}_\varepsilon^2, \tilde{\hat{\theta}}\right)$
c. Menentukan nilai maksimum fungsi *log-likelihood* di bawah H_1 dinotasikan $\ell_{\mathrm{H}_1}(\hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\sigma}_\varepsilon^2, \hat{\theta})$
Menghitung statistik LRT sebagai berikut:
$G_j = -2\left[\ell_{\mathrm{H}_0}\left(\tilde{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_j, \tilde{\hat{\sigma}}_\varepsilon^2, \tilde{\hat{\theta}}\right) - \ell_{\mathrm{H}_1}(\hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\sigma}_\varepsilon^2, \hat{\theta})\right]$

d. Menentukan daerah kritis $G_j > \chi^2_{(\alpha,1)}$
e. Mengambil keputusan tolak H_0 jika $G_j > \chi^2_{(\alpha,1)}$.
f. Membuat kesimpulan

Menerapkan Model Regresi Panel Komponen Error Satu Arah pada Data

Menerapkan model regresi panel pada data Indeks Pembangunan Manusia di beberapa wilayah Jawa Timur tahun 2007-2010 dengan menggunakan program dalam software S-plus 2000, dengan langkah-langkah sebagai berikut

a. Mendefinisikan variabel respon, yaitu IPM di beberapa Wilayah Jawa Timur tahun 2007-2010
b. Mengolah data menggunakan software S-Plus 2000 untuk mengestimasi dan menguji kesesuaian model regresi panel dengan hipótesis uji *Fisher* dan uji rasio *log-likelihood*
c. Menyimpulkan model IPM di beberapa Wilayah Jawa Timur tahun 2007-2010
d. Menguji kenormalan distribusi dari *error* random

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Estimasi Model Regresi Panel Komponen Error Satu Arah

Mengasumsikan data berpasangan $(y_{it}, X_{1it}, X_{2it}, \dots, X_{Kit})$; $i = 1,2,\dots,N$; $t = 1,2,\dots,T$ memenuhi model regresi panel komponen *error* satu arah secara umum dinyatakan sebagai berikut

$$y_{it} = \beta_0 + \sum_{k=1}^{K} \beta_k X_{kit} + u_{it} \;\; ; \;\; i = 1,\dots,N \; ; \; t = 1,\dots,T \qquad (1)$$

dengan $u_{it} = \alpha_i + \varepsilon_{it}$.

Error u_{it} didekomposisi menjadi dua komponen α_i dan ε_{it} yang menjelaskan nama dari model (1). Model regresi panel komponen *error* satu arah pada (1) dapat dinyatakan sebagai berikut

$$y_{it} = \beta_0 + \sum_{k=1}^{K} \beta_k X_{kit} + \alpha_i + \varepsilon_{it} \; , \;\; i = 1,\dots,N \; ; \; t = 1,\dots,T \qquad (2)$$

Asumsi yang mendasari model regresi panel komponen *error* satu arah pada (2) dengan $\boldsymbol{X}_{it} = (X_{1it}, X_{2it}, \dots, X_{Kit})$ adalah *strict exogeneity* dari regressor

Efek individu α_i diasumsikan bersifat random dengan $\alpha_i \sim IIDN(0, \sigma_\alpha^2)$ dan *error* random $\varepsilon_{it} \sim IIDN(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

Maka dari model (1) diperoleh ekspektasi bersyarat dari y jika $\boldsymbol{X_{i1}}, \boldsymbol{X_{i2}}, \dots, \boldsymbol{X_{iT}}$ diketahui adalah

$$(y_{it} | \boldsymbol{X_{i1}}, \boldsymbol{X_{i2}}, \dots, \boldsymbol{X_{iT}}) = \beta_0 + \sum_{k=1}^{K} \beta_k X_{kit} \qquad (3)$$

Diperoleh model regresi panel komponen *error* satu arah sebagai berikut

$$\boldsymbol{y}_i = \boldsymbol{X}_i \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{u_i} \; ; \; i = 1,2,\dots,N \qquad (4)$$

Mean dari vektor *error* $\boldsymbol{u_i}$ adalah

$$E(\boldsymbol{u_i} | \boldsymbol{X_{it}}) = \boldsymbol{0} \, , \forall i \qquad (5)$$

Dari (5) diperoleh varians dari vektor *error* $\boldsymbol{u_i}$ adalah

$$var(\boldsymbol{u_i} | \boldsymbol{X_{it}}) = \boldsymbol{A} \, , \forall i, t \qquad (6)$$

dengan $\boldsymbol{A} = \sigma_\varepsilon^2 \boldsymbol{I_T} + \sigma_\alpha^2 \boldsymbol{J_T}$

dengan $\boldsymbol{I_T}$ adalah matriks identitas berukuran $T \times T$ dan $\boldsymbol{J_T}$ adalah matriks satuan berukuran $T \times T$. Dari (5) diperoleh model regresi panel komponen *error* satu arah dalam bentuk matriks

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{u} \qquad (7)$$

Oleh karena $\boldsymbol{u_i} = (u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{iT})'$ $var(\alpha_i) = \sigma_\alpha^2$,$\forall i$ maka *error* random $u_{it} \sim IIDN(0, \sigma_\alpha^2 + \sigma_\varepsilon^2)$, sehingga menurut (5) dan (6) diperoleh $\boldsymbol{u_i} \sim N(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{A})$ untuk $i = 1,2, \dots, N$. Akibatnya diperoleh mean dari vektor *error* $\boldsymbol{u}$ adalah

$$E(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{0} \qquad (8)$$

Dari (6) diperoleh varians dari vektor *error* $\boldsymbol{u}$ adalah

$$Var\,(\boldsymbol{u}) = \sigma_\varepsilon^2 \boldsymbol{\Omega} \qquad (9)$$

dengan

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{I_{NT}} + \frac{T\sigma_\alpha^2}{\sigma_\varepsilon^2}\left(\boldsymbol{I_N} \otimes \frac{1}{T}\boldsymbol{J_T}\right)$$

Persamaan (9) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks *within* dan *between* sebagai berikut :

$$Var\,(\boldsymbol{u}) = \sigma_\varepsilon^2\left[\boldsymbol{W_N} + \frac{1}{\theta}\boldsymbol{B_N}\right] \qquad (10)$$

dengan

$$\theta = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{T\sigma_\alpha^2 + \sigma_\varepsilon^2}$$

$\boldsymbol{W_N} = \boldsymbol{I_{NT}} - \boldsymbol{B_N}$ adalah matriks *within*

$\boldsymbol{B_N} = \boldsymbol{I_N} \otimes \frac{1}{T}\boldsymbol{J_T}$ adalah matriks *between*

Dari persamaan (9) dan (10) diperoleh

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{W_N} + \frac{1}{\theta}\boldsymbol{B_N} \qquad (11)$$

Oleh karena $\boldsymbol{u_i} \sim N(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{A})$, maka dari (8) dan (9) vektor *error* $\boldsymbol{u} \sim N(\boldsymbol{0}\,,\, \sigma_\varepsilon^2\boldsymbol{\Omega})$. sehingga dari (7) diperoleh $\boldsymbol{y} \sim N(\boldsymbol{X\beta}\,, \sigma_\varepsilon^2\boldsymbol{\Omega})$ Selanjutnya diperoleh pdf dari $\boldsymbol{y}$ adalah

$$f(\boldsymbol{y}) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^{NT}\sqrt{|\,\sigma_\varepsilon^2\boldsymbol{\Omega}|}}\,exp\left[-\frac{1}{2\,\sigma_\varepsilon^2}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta})'\boldsymbol{\Omega}^{-1}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta})\right] \qquad (12)$$

Dari (12) diperoleh fungsi *likelihood* model regresi panel komponen *error* satu arah adalah

$$L(\boldsymbol{\beta}, \theta, \sigma_\varepsilon^2\;|\boldsymbol{y}) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^{NT}\sqrt{|\,\sigma_\varepsilon^2\boldsymbol{\Omega}|}}\,exp\left[-\frac{1}{2\,\sigma_\varepsilon^2}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta})'\boldsymbol{\Omega}^{-1}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta})\right] \qquad (13)$$

Dari (13) diperoleh fungsi *log-likelihood* sebagai berikut

$$\ell\,(\boldsymbol{\beta}, \theta, \sigma_\varepsilon^2|\boldsymbol{y}) = ln\,L(\boldsymbol{\beta}, \theta, \sigma_\varepsilon^2|\boldsymbol{y})$$
$$= k - \frac{NT}{2}ln(\sigma_\varepsilon^2) + \frac{N}{2}\ln\theta - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta})'\boldsymbol{\Omega}^{-1}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta}) \qquad (14)$$

dengan $k = -\frac{NT}{2}\ln(2\pi)$

Syarat cukup agar fungsi *log-likelihood* (14) mencapai nilai maksimum adalah

$$\frac{\partial\ell(\boldsymbol{\beta}, \sigma_\varepsilon^2, \theta)}{\partial\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{0}\ ;\ \frac{\partial\ell(\boldsymbol{\beta}, \sigma_\varepsilon^2, \theta)}{\partial\sigma_\varepsilon^2} = 0 \text{ dan } \frac{\partial\ell(\boldsymbol{\beta}, \sigma_\varepsilon^2, \theta)}{\partial\theta} = 0$$

sehingga diperoleh estimasi untuk $\boldsymbol{\beta}$ adalah

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{y} \qquad (15)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{NT}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}})'\boldsymbol{\Omega}^{-1}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}) \qquad (16)$$

Substitusikan (15) dan (116) ke persamaan (14) maka diperoleh fungsi *pseudo* log *likelihood*

$$\ell(\theta) = k_1 + \frac{N}{2}\ln\theta - \frac{NT}{2}\ln\ (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}})'(\boldsymbol{W_N} + \theta\boldsymbol{B_N})(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}) \qquad (17)$$

dengan

$$k_1 = k - \frac{NT}{2} + \frac{NT}{2}\ln NT$$

Selanjutnya memaksimumkan fungsi *pseudo* log *likelihood* (17) terhadap parameter θ sehingga diperoleh estimasi bagi θ adalah

$$\hat{\theta} = \frac{(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}})'\boldsymbol{W_N}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}})}{(T-1)(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}})'\boldsymbol{B_N}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}})} \qquad (18)$$

Substitusikan (18) pada (14), maka diperoleh estimasi $\boldsymbol{\beta}$ adalah

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\boldsymbol{X}'(\boldsymbol{W_N} + \hat{\theta}\boldsymbol{B_N})\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}'(\boldsymbol{W_N} + \hat{\theta}\boldsymbol{B_N})\boldsymbol{y} \qquad (19)$$

Karena nilai $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ pada (19) masih bergantung pada nilai $\hat{\theta}$ pada (18) dan sebaliknya, maka untuk mengestimasi $\boldsymbol{\beta}$ dilakukan iterasi secara numerik dengan langkah-langkah sebagai berikut :

a. Menginputkan nilai awal vektor parameter menggunakan estimator *Ordinary Least Square* $\boldsymbol{\beta}^{(0)} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y}$
b. Melakukan iterasi terhadap vektor parameter $\boldsymbol{\beta}$ adalah
   $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{v}+\mathbf{1})} = \left(\boldsymbol{X}'(\boldsymbol{W_N} + \theta^{(v)}\boldsymbol{B_N})\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}'(\boldsymbol{W_N} + \theta^{(v)}\boldsymbol{B_N})\mathbf{y}$, $\qquad v = 0, 1, 2, \ldots$
   dengan
   $$\hat{\theta}^{(v)} = \frac{(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{v})})'\boldsymbol{W_N}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{v})})}{(T-1)(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{v})})'\boldsymbol{B_N}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{v})})}$$
c. Jika nilai $maks\left|\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{v}+\mathbf{1})} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{v})}\right| \leq \delta$; untuk $\delta = 0{,}001$ maka lanjutkan ke langkah 4, tetapi jika $maks\left|\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{v}+\mathbf{1})} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{v})}\right| > \delta$ maka kembali ke b.
d. Menghitung estimator $\widehat{\boldsymbol{\beta}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{v}+\mathbf{1})}$

Selanjutnya nilai estimator $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ digunakan untuk mengestimasi komponen varians σ_ε^2 dan σ_α^2 dengan langkah-langkah sebagai berikut :

a. Menghitung $\hat{\theta}$ dari persamaan (18)
b. Mengestimasi σ_ε^2 menggunakan persamaan (16)
c. Mengestimasi σ_α^2 seperti dinyatakan dalam persamaan (10) menggunakan rumus
   $\hat{\sigma}_\alpha^2 = \frac{(1-\hat{\theta})\,\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{T\,\hat{\theta}}$
d. Mengestimasi model regresi komponen *error* satu arah sebagai berikut :

$$\widehat{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} \qquad (21)$$

Uji Kesesuaian Model

Untuk menguji kesesuaian model regresi panel komponen *error* satu arah digunakan uji *Fisher* yang melibatkan estimator *between* dan estimator *within.*

Untuk menguji ketidakadaan efek individu digunakan hipotesis

H_0: $\sigma_\alpha^2 = 0$ (model regresi panel komponen *error* satu arah tidak sesuai)
H_1: $\sigma_\alpha^2 \neq 0$ (model regresi panel komponen *error* satu arah sesuai)

Untuk menguji hipotesis tersebut dengan menerapkan regresi *within* dan *between* yang diperoleh dengan mengestimasi varians *error*

$\hat{\sigma}_w^2 = \hat{\sigma}_\varepsilon^2$

dan

$\hat{\sigma}_b^2 = \hat{\sigma}_\alpha^2 + \hat{\sigma}_\varepsilon^2/T$

Kemudian di bawah hipotesis nol, H_0: $\sigma_\alpha^2 = 0$ diperoleh statistik Uji *Fisher*

$$\frac{T\hat{\sigma}_b^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} \sim F(N-k_b, N(T-1)-k_w)$$

Daerah kritisnya adalah tolak H_0 jika $\frac{T\hat{\sigma}_b^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} > F(N-k_b, N(T-1)-k_w)$.

Selanjutnya dilakukan uji serentak model regresi panel komponen *error* satu arah pada (1) menggunakan hipotesis sebagai berikut

$H_0 : \boldsymbol{\beta} = \mathbf{0}$

$H_1 : \boldsymbol{\beta} \neq \mathbf{0}$

Untuk menguji hipotesis tersebut, dimulai dengan menghitung nilai maksimum fungsi *likelihood* di bawah H_1 yaitu

$$\ell_1 = max\,\ell_{\mathrm{H}_1}(\boldsymbol{\beta}, \sigma_\varepsilon^2, \theta) = \ell_{\mathrm{H}_1}\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\sigma}_\varepsilon^2, \hat{\theta}\right)$$

$$= k - \frac{NT}{2} ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + \frac{N}{2}\ln\hat{\theta} - \frac{1}{2\hat{\sigma}_\varepsilon^2}\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)'\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right) \qquad (22)$$

Selanjutnya menentukan nilai maksimum fungsi *likelihood* di bawah H_0 yaitu

$$\ell_0 = max\,\ell_{\mathrm{H}_0}(\sigma_\varepsilon^2, \theta) = \ell_{\mathrm{H}_0}\left(\breve{\sigma}_\varepsilon^2, \breve{\theta}\right)$$

$$= k - \frac{NT}{2} ln(\breve{\sigma}_\varepsilon^2) + \frac{N}{2}\ln\breve{\theta} - \frac{1}{2\breve{\sigma}_\varepsilon^2}\boldsymbol{y}'\left(\boldsymbol{W_N} + \breve{\theta}\boldsymbol{B_N}\right)\boldsymbol{y} \qquad (23)$$

Dengan metode LRT didapatkan statistik uji

$$G_{\boldsymbol{\beta}} = NTln\frac{\breve{\sigma}_\varepsilon^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} - Nln\frac{\breve{\theta}}{\hat{\theta}} + \frac{1}{\breve{\sigma}_\varepsilon^2}\boldsymbol{y}'\left(\boldsymbol{W_N} + \breve{\theta}\boldsymbol{B_N}\right)\boldsymbol{y} - \frac{1}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}\ln\,\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)'\left(\boldsymbol{W_N} + \hat{\theta}\boldsymbol{B_N}\right)\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)$$

Daerah kritis yang digunakan adalah tolak H_0 jika $G_{\boldsymbol{\beta}} > \chi^2_{\alpha(K+!)}$

Selanjutnya hipotesis yang digunakan untuk uji individu parameter model spasial lag dirumuskan sebagai berikut :

$\mathrm{H}_0 : \beta_j = 0$ lawan $\mathrm{H}_1 : \beta_j \neq 0\,;\, j = 1, 2, .., k$

Didefinisikan $\boldsymbol{X}_j$ adalah matriks $\boldsymbol{X}$ dengan menghapus kolom ke $(j+1)$ dan vektor $\boldsymbol{\beta}_j = \left(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{j-1}, \beta_{j+1}, \dots, \beta_K\right)'$,

Untuk menguji hipotesis tersebut, dimulai dengan menghitung nilai maksimum fungsi *likelihood* di bawah H_0

$$\ell_{0j} = max\ \ell_{\mathrm{H}_0}\left(\boldsymbol{\beta}_j, \sigma_\varepsilon^2, \theta\right) = \ell_{\mathrm{H}_0}\left(\breve{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}_j, \breve{\widehat{\sigma}}_\varepsilon^2, \breve{\widehat{\theta}}\right)$$

$$= k - \frac{NT}{2} ln(\breve{\widehat{\sigma}}_\varepsilon^2) + \frac{N}{2}\ln\breve{\widehat{\theta}} - \frac{1}{2\breve{\widehat{\sigma}}_\varepsilon^2}\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X_j}\breve{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}_j\right)'\left(\boldsymbol{W_N} + \breve{\widehat{\theta}}\,\boldsymbol{B_N}\right)\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X_j}\breve{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}_j\right) \qquad (24)$$

Statistik LRT yang digunakan

$$G_j = NTln\frac{\breve{\widehat{\sigma}}_\varepsilon^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} - Nln\frac{\breve{\widehat{\theta}}}{\hat{\theta}} + \frac{1}{\breve{\widehat{\sigma}}_\varepsilon^2}\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X_j}\breve{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}_j\right)'\left(\boldsymbol{W_N} + \breve{\widehat{\theta}}\,\boldsymbol{B_N}\right)\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X_j}\breve{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}_j\right) - \frac{1}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}\ln\,\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)'\left(\boldsymbol{W_N} + \hat{\theta}\boldsymbol{B_N}\right)\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right) \qquad (25)$$

Secara asimtotis statistik LRT berdistribusi *chi-square* dengan 1 derajat bebas. Daerah kritis untuk tingkat signifikan α adalah $G_j > \boldsymbol{\chi}^2_{(\alpha,1)}$.

Penerapan Model Regresi Panel komponen *error* satu arah

Data yang digunakan dalam penerapan model regresi komponen *error* satu arah adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat statistik (BPS) Jawa Timur berupa data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Indonesia, tingkat pengangguran terbuka, angka kematian bayi, dan angka buta huruf umur 15 tahun keatas. Data yang dijadikan unit penelitian adalah di wilayah jawa timur yang terdiri dari 38 kabupaten / kota. Data tersebut diambil secara acak sebanyak 20 wilayah dengan *software* minitab 14. Data tersebut selengkapnya diberikan pada Lampiran 1 dan Lampiran 2 yang meliputi variabel dependen (y) adalah IPM di provinsi Jawa Timur tahun 2007-2010, sedangkan variabel prediktornya adalah angka kematian bayi (X_1), angka buta huruf umur 15 tahun keatas (X_2), dan tingkat pengangguran terbuka (X_3).

Data indeks pembangunan manusia di sebagian wilayah Jawa Timur tahun 2007-2010 melibatkan variabel prediktor $x_1, x_2,$ dan x_3 berpengaruh secara linear terhadap variabel dependen y sehingga data tersebut diasumsikan memenuhi model regresi panel komponen *error* satu arah . Hasil penerapan program diperoleh estimasi model regresi panel komponen *error* satu arah untuk data indeks pembangunan manusia di sebagian kabupaten / kota di Provinsi Jawa Timur tahun 2007-2010 adalah

$$\hat{y} = 81.1452314 - 0.1636476\, X_{1iT} - 0.1329778\ X_{2iT} - 0.5224613\ X_{3iT} \qquad (26)$$

Model ini mempunyai nilai $R^2 = 0.9621164$ MSE $= 1.185805$. Nilai $R^2 = 0.9621164$ menunjukkan bahwa variasi nilai variabel dependen yang dapat dijelaskan oleh variabel prediktor $x_1, x_2,$ dan x_3 sebesar 96,21164 %.

Untuk menguji ketidakadaan efek individu digunakan Uji Fisher yang menghasilkan keputusan tolak $\mathrm{H_0}$ karena F hitung $= 79.0877417632876 > F(N - k_b, N(T-1) - k_w) = 0.473407660842987$ sehingga dapat disimpulkan bahwa model dugaan yaitu model regresi komponen error satu arah sesuai. Pengujian untuk mengetahui pengaruh variabel prediktor secara serentak model regresi komponen error satu arah melalui uji serentak menghasilkan keputusan tolak $\mathrm{H_0}$ karena $LRT = 1153.80272552413 > \chi^2_{(0,05)(4)} = 9.48772903678116$ sehingga dapat disimpulkan bahwa variabel prediktor berpengaruh secara serentak. Sedangkan uji individu menghasilkan variabel X_1 signifikan karena nilai statistik uji $LRT = 16.4953717436771 > \chi^2_{(0,05)(1)} = 3.84145882069413$, variabel X_2 signifikan karena nilai statisitik uji $LRT = 26.9368871712761 > \chi^2_{(0,05)(1)} = 3.84145882069413$, variabel X_3 signifikan karena nilai statistik uji $LRT = 39.6076023357701 > \chi^2_{(0,05)(1)} = 3.84145882069413$. Dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa variabel persentase angka harapan hidup, angka buta huruf umur 15 tahun keatas, dan tingkat pengangguran terbuka berpengaruh secara signifikan terhadap IPM di sebagian wilayah Jawa Timur tahun 2007-2010.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dijelaskan sebelumnya maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Estimator parameter model regresi panel komponen *error* satu arah menggunakan metode maksimum *likelihood* diperoleh dengan memaksimumkan fungsi *pseudo* log-*likelihood.*

   $$\ell\,(\boldsymbol{\beta}, \theta, \sigma_\varepsilon^2|\boldsymbol{y}) = ln\, L(\boldsymbol{\beta}, \theta, \sigma_\varepsilon^2|\boldsymbol{y})$$
   $$= k_1 + \frac{N}{2}\ln\theta - \frac{NT}{2}\ln\ \left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)'(\boldsymbol{W_N} + \theta\boldsymbol{B_N})\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)$$

   dengan $k_1 = -\frac{NT}{2}\ln(2\pi) - \frac{NT}{2} + \frac{NT}{2}\ln NT$

   sehingga diperoleh nilai

   $$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\boldsymbol{X}'\left(\boldsymbol{W_N} + \hat{\theta}\boldsymbol{B_N}\right)\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}'\left(\boldsymbol{W_N} + \hat{\theta}\boldsymbol{B_N}\right)\boldsymbol{y}$$

Estimasi model regresi panel komponen error satu arah menggunakan metode maksimum likelihood adalah $\widehat{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ dengan $\widehat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\boldsymbol{X}'\left(\boldsymbol{W_N} + \hat{\theta}\boldsymbol{B_N}\right)\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}'\left(\boldsymbol{W_N} + \hat{\theta}\boldsymbol{B_N}\right)\boldsymbol{y},\ \ \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{NT}\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right),\ \hat{\theta} = \frac{\left(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)'\boldsymbol{W_N}\left(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)}{(T-1)\left(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)'\boldsymbol{B_N}\left(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)}$

2. Uji kesesuaian model regresi panel komponen *error* satu arah digunakan hipotesis
   $H_0: \sigma_\alpha^2 = 0$ (model regresi panel komponen *error* satu arah tidak sesuai)
   $H_1: \sigma_\alpha^2 \neq 0$ (model regresi panel komponen *error* satu arah sesuai)
   Uji *Fisher* yang digunakan adalah sebagai berikut
   $$\text{F hitung} = \frac{T\hat{\sigma}_b^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}$$
   dengan
   $$\hat{\sigma}_b^2 = \hat{\sigma}_\alpha^2 + \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{T}$$
   $$\hat{\sigma}_w^2 = \hat{\sigma}_\varepsilon^2$$
   Daerah kritis berdasarkan uji *Fisher* adalah tolak H_0 jika
   $$\frac{T\hat{\sigma}_b^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} > F(N - k_b, N(T-1) - k_w)$$
   Uji serentak untuk menguji model regresi panel komponen *error* satu arah secara serentak menggunakan hipotesis sebagai berikut
   $H_0 : \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{0}$
   $H_1 : \boldsymbol{\beta} \neq \boldsymbol{0}$
   Statistik LRT yang dinyatakan sebagai berikut
   $$G_\beta = -2\ln\Lambda = -2[\ell_0 - \ell_1]$$
   dengan
   $$\ell_0 = k - \frac{NT}{2}ln(\breve{\sigma}_\varepsilon^2) + \frac{N}{2}\ln\breve{\theta} - \frac{1}{2\breve{\sigma}_\varepsilon^2}\boldsymbol{y}'\left(\boldsymbol{W_N} + \breve{\theta}\boldsymbol{B_N}\right)\boldsymbol{y}$$
   $$\ell_1 = k - \frac{NT}{2}ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + \frac{N}{2}\ln\hat{\theta} - \frac{1}{2\hat{\sigma}_\varepsilon^2}\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)'\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)$$
   Daerah kritis untuk menguji $H_0 : \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{0}$ lawan $H_1 : \boldsymbol{\beta} \neq \boldsymbol{0}$ adalah tolak H_0 jika $G_{\boldsymbol{\beta}} > \chi^2_{\alpha(K+!)}$
   Untuk uji individu model regresi panel komponen *error* satu arah dapat digunakan metode LRT dengan hipotesis-hipotesis sebagai berikut
   $H_0 : \beta_j = 0;\ \ j = 1, 2, \dots, k$
   $H_1 : \beta_j \neq 0$
   Menghitung statistik LRT yang dinyatakan sebagai berikut
   $$G_j = -2\ln\Lambda_j - 2\left[\ell_{0j} - \ell_1\right]$$
   dengan
   $$\ell_{0j} = k - \frac{NT}{2}ln(\breve{\breve{\sigma}}_\varepsilon^2) + \frac{N}{2}\ln\breve{\breve{\theta}} - \frac{1}{2\,\breve{\breve{\sigma}}_\varepsilon^2}\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X_j}\breve{\breve{\boldsymbol{\beta}}}_j\right)'\left(\boldsymbol{W_N} + \breve{\breve{\theta}}\,\boldsymbol{B_N}\right)\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X_j}\breve{\breve{\boldsymbol{\beta}}}_j\right)$$
   $$\ell_1 = k - \frac{NT}{2}ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + \frac{N}{2}\ln\hat{\theta} - \frac{1}{2\hat{\sigma}_\varepsilon^2}\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)'\widehat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\left(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)$$
   Daerah kritis yang digunakan adalah tolak H_0 jika $G_j > \boldsymbol{\chi}^{\boldsymbol{2}}_{(\alpha,1)}$
3. Dari hasil pengujian model regresi panel komponen *error* satu arah secara individu dapat disimpulkan bahwa variabel tingkat pengangguran terbuka, angka kematian bayi, angka buta huruf umur 15 tahun keatas dipengaruhi secara signifikan terhadap IPM di sebagian wilayah jawa timur tahun 2007-2010 sebagai berikut
   $$\hat{y}_{it} = 1.1452314 - 0.1636476\,X_{1it} - 0.1329778\ \ X_{2it} - 0.5224613\ \ X_{3it}$$
   dengan $R^2 = 0.9621164$dan $MSE = 1.185805$. Hasil uji asumsi *error random* u_{it} berdistribusi normal dengan mean 4.515499e-013 dan varians 1.06807.

Saran yang dapat diberikan untuk penulisan selanjutnya adalah perlu diadakan pembahasan lebih lanjut mengenai estimasi model regresi panel komponen *error* satu arah dengan metode *Generalized Least Square* (GLS). Selain itu, hasil pengujian model regresi panel komponen *error* satu arah secara individu menunjukkan bahwa variabel tingkat pengangguran terbuka, angka kematian bayi, dan angka buta huruf umur 15 tahun keatas berpengaruh secara signifikan terhadap IPM di sebagian wilayah jawa timur tahun 2007-2010. Maka untuk menindaklanjuti hal tersebut seharusnya pemerintah daerah menekan peningkatan ketiga variabel tersebut untuk meningkatkan Indeks Pembangunan Manusia.

DAFTAR PUSTAKA

Baltagi, B. H. (2005), “*Econometric analysis of panel data*”, 3th edition, TechBooks, New Delhi, India.

BPS. (2010). *Indikator Makro Ekonomi dan Sosial Provinsi Jawa Timur*. Jakarta : BPS.

Gujarati, D. (2004), “*Basic Econometrics*”, 4th edition, McGraw-Hill, New York.

Hsiao, C. (2003), “*Analysis of Data Panel*”, 2nd edition, Cambridge University Press, West Nyack, NY, USA.

Matyas, L. and Sevestre, P., (2008), “*The Econometrics of Panel Data*”, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.