



PENGEMBANGAN DESAIN DIDAKTIS UNTUK MENGANTISIPASI *LEARNING OBSTACLES* BERPIKIR ALJABAR DI SEKOLAH DASAR

Wulan Andini

Jurusan Pendidikan Guru Madrasah Ibtidaiyah, IAIN Syekh Nurjati Cirebon
e-mail: wulanandini@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan desain didaktis dalam mengantisipasi *learning obstacles* berpikir aljabar di sekolah dasar. Adapun metode penelitiannya menggunakan metode *Didactical Design Research* (DDR) yang dilakukan dengan terlebih dahulu meneliti *learning obstacles* yang dihadapi siswa, lalu kemudian mengembangkan situasi-situasi didaktis dan antisipasi didaktis untuk mengatasi *learning obstacles* yang ditemukan. Partisipan dalam penelitian ini sebanyak 66 siswa kelas III sekolah dasar. Pengumpulan data dilakukan dengan tes dan wawancara. Dari hasil penelitian dihasilkan desain didaktis yang berisi lima *lesson design* yang berhubungan dengan generalisasi pola yaitu *lesson design* mengenalkan pola dan membuat generalisasi pola yang sederhana bentuk penjumlahan, *lesson design* membuat generalisasi pola bentuk perkalian, *lesson design* membuat generalisasi pola yang mempunyai dua komponen berbeda, *lesson design* generalisasi pola dengan menganalisis aturan keseluruhan komponen dalam setiap pola, serta *lesson design* membuat generalisasi pola dengan memperhatikan susunannya.

Kata kunci: *berpikir aljabar, desain didaktis, learning obstacle*

Abstract

This study aimed to develop a didactic design in anticipating learning obstacles in algebraic thinking in elementary schools. The research method used the Didactical Design Research (DDR) method which was carried out by first examining the learning obstacles faced by students, then developing didactic situations and didactic anticipation to overcome the learning obstacles that were found. Participants in this study were 66 students of grade III elementary school. The data were collected by means of tests and interviews. From the results of the study, a didactic design was produced which contained five lesson designs that were related to pattern generalization, namely lesson design introducing patterns and making generalized patterns that were simple in the form of addition, lesson design making generalized patterns of multiplication forms, lesson design making generalized patterns having two different components, lesson design of generalized patterns by analyzing the rules of all components in each pattern, and lesson design of generalized patterns by paying attention to their arrangement.

Keyword: *algebraic thinking, didactical design, learning obstacle*

PENDAHULUAN

Keterampilan-keterampilan berpikir matematis merupakan salah satu aspek penting yang harus dikembangkan oleh guru. Pengembangan ini tidak terlepas dari peran guru sebagai desainer pembelajaran. Guru harus dapat mengembangkan kegiatan-kegiatan apa saja yang harus dihadirkan di kelasnya yang dapat memfasilitasi siswa untuk mengembangkan keterampilan-keterampilan berpikir tersebut. Salah satu keterampilan berpikir matematis yang harus dimiliki siswa adalah berpikir aljabar (Radford, 2010). Keterampilan ini dibutuhkan sebagai alternatif dalam memecahkan masalah yang tidak terbatas pada metode umum, algoritma standar, dan prosedur.

Berpikir aljabar ini berbeda dengan berpikir tentang aljabar. Berpikir aljabar berfokus pada generalisasi pola-pola, cara merepresentasikan hubungan dan analisis terkait perubahan yang dilihat, membangun cara berpikir antara berbagai topik dan mempersiapkan untuk konten aljabar yang lebih formal (Booker, 2009). Berpikir aljabar yang dikenalkan di sekolah dasar bukan berpikir mengenai aljabar secara formal, namun terkait dengan mengajarkan siswa mengenai dasar untuk dapat berpikir secara aljabar dalam memecahkan masalah.

Pentingnya berpikir aljabar untuk dikenalkan pada jenjang sekolah dasar adalah sebagai bekal untuk mempelajari aljabar di jenjang selanjutnya. Hal ini perlu dilakukan karena banyak penelitian menunjukkan bahwa aljabar merupakan salah satu materi yang cukup sulit bagi siswa sekolah menengah. Beberapa penelitian menunjukkan siswa sekolah menengah mempunyai kesulitan di dalam mempelajari konsep serta operasi hitung aljabar (Hidayati, 2010; Marsetyorini & Murwaningtyas, 2012; Herutomo & Saputro, 2014; Permatasari & Kristiana, 2015; Ardiansari, 2017). Dengan mempunyai dasar berpikir aljabar sejak di sekolah dasar, diharapkan siswa dapat

mengurangi kesulitan di dalam mempelajari aljabar secara formal.

Salah satu cara untuk mengembangkan berpikir aljabar ini yaitu dengan pola. Lebih lanjut Radford (2012) menjelaskan berpikir aljabar di sekolah dasar ini dimulai dengan aspek-aspek aljabar seperti persamaan dan pemecahan masalah, serta menggeneralisasi pola yang meliputi menggambarkan istilah urutan berdasarkan posisi pola tersebut. Hal ini diperkuat oleh pendapat Al-Murani (2006) bahwa pembelajaran dengan pola sangat relevan dengan pengajaran dan pembelajaran aljabar.

Di beberapa negara, ide penelitian aljabar ini sudah cukup lama mendapat perhatian. Penelitian-penelitian tersebut dilakukan untuk melihat sejauh mana kurikulum dari suatu negara dapat memfasilitasi siswa sekolah dasar dalam mengembangkan kemampuan berpikir aljabar pada jenjangnya. Penelitian-penelitian yang dilakukan di Amerika (Moyer, Huiker, & Cai, 2004), Rusia (Schmittau & Morris, 2004), Korea (Lew, 2004), Cina dan Singapura (Cai, Ng, & Moyer, 2004), serta Swedia (Bråting, Madej, & Hemmi, 2019) menunjukkan bahwa kurikulum di sekolah dasar mempunyai beberapa cara yang berbeda dalam mengenalkan berpikir aljabar dan pengembangan berpikir aljabar ini sangat penting untuk dilakukan dimulai pada jenjang sekolah dasar.

Hasil penelitian di berbagai negara tersebut berbanding terbalik dengan muatan kurikulum di Indonesia. Muatan berpikir aljabar masih bersifat instrinsik belum secara ekstrinsik difokuskan pada pengembangan berpikir aljabar. Hal ini dapat terlihat dari dua buku sekolah elektronik KTSP kelas III (Nur & Triratnawati, 2008; Masitoch, et al., 2008). Di dalam kedua buku tersebut sudah menyelipkan materi berupa pengenalan pola aljabar geometri sederhana. Lebih lanjut, hasil analisis muatan kurikulum 2013 untuk (Permendikbud, 2016) juga sudah berusaha untuk menyelipkan

pengembangan kemampuan berpikir aljabar terutama yang berkaitan dengan pola pada kelas I dan II. Namun jika dicermati, dari buku-buku tersebut, pola yang diajarkan lebih banyak kepada pola angka, seperti bilangan loncat. Padahal pola angka merupakan hal yang menarik, namun kurang berguna untuk pembelajaran awal yang berkaitan dengan pola karena kurang visual dan tidak menimbulkan beragam tampilan (Lee & Freiman, 2006).

Pengembangan berpikir aljabar yang bersifat instrinsik di dalam kurikulum sekolah dasar yang jarang diberikan, serta tugas-tugas berpikir aljabar yang masih kurang dikembangkan di sekolah dasar menyebabkan siswa merasa kesulitan dalam menyelesaikan soal berpikir aljabar sederhana untuk kelas II sekolah dasar. Hal ini dibuktikan dari hasil studi pendahuluan terhadap 66 siswa kelas III sekolah dasar. Hasil studi pendahuluan memperlihatkan bahwa siswa kelas III sekolah dasar masih kesulitan dalam menyelesaikan soal-soal berpikir aljabar. Kesulitan yang dialami siswa di dalam pembelajaran sering disebut hambatan belajar atau *learning obstacle* (Brousseau, 2002).

Kesulitan belajar membuat siswa tidak dapat belajar sebagaimana mestinya (Dalyono, 2012). Kesulitan ini dikategorikan menjadi tiga jenis, yaitu *obstacles of ontogenic origin* (pengetahuan siswa yang mempunyai konteks terbatas, *obstacle of epistemological* (pengetahuan siswa yang memiliki konteks aplikasi yang terbatas), serta *obstacles of didactical* (akibat sistem pendidikan) (Brousseau, 2002). Dari hasil studi pendahuluan, ditemukan enam jenis kesulitan yang disebabkan oleh *obstacles of ontogenic origin*, *obstacle of epistemological*, serta *obstacles of didactical*. Analisis mengenai *learning obstacle* ini sangat penting bagi guru dalam merancang pembelajaran. Untuk mengantisipasi *learning obstacles* yang dihadapi siswa dalam berpikir aljabar, maka dilakukan penelitian yang bertujuan mengembangkan lesson design untuk

mengantisipasi *learning obstacles* berpikir aljabar di kelas II sekolah dasar.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan metode penelitian desain didaktis atau *didactical design research* (DDR). Partisipan dalam penelitian ini adalah 66 siswa kelas III dari dua sekolah di Kabupaten Sumedang, Jawa Barat. Instrumen penelitian berupa tes dan wawancara.

Tes yang digunakan berjenis tes tertulis dengan bentuk uraian yang berisi materi berpikir aljabar di kelas II. Tes uraian dipilih agar memudahkan peneliti dalam menganalisis *learning obstacles* yang mungkin dihadapi siswa. Tes diberikan kepada 66 siswa kelas III.

Wawancara dalam penelitian ini dilakukan kepada guru dan siswa. Wawancara yang dilakukan kepada guru dimaksudkan untuk mengetahui pandangan guru mengenai kesulitan-kesulitan yang dihadapi oleh siswa-siswanya pada materi pengenalan berpikir aljabar sedangkan wawancara yang dilakukan kepada siswa dimaksudkan untuk mengetahui secara lebih mendalam kesulitan-kesulitan yang dihadapi siswa pada materi pengenalan berpikir aljabar berdasarkan pada hasil tes yang telah dikerjakan siswa.

Data yang diperoleh dari tes dan wawancara kepada guru dan beberapa siswa dianalisis untuk melihat *learning obstacle* apa saja yang dihadapi siswa. Selanjutnya data tersebut menjadi dasar dalam pembuatan desain didaktis berpikir aljabar di kelas II yang berbentuk lima *lesson design* (desain pembelajaran). Kelima *lesson design* ini terdiri dari situasi didaktis, prediksi respon siswa, dan antisipasi didaktis.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini dilakukan dengan studi pendahuluan untuk melihat *learning obstacle* yang dihadapi siswa. Dengan dilakukan analisis *learning obstacle* ini dapat menjadi dasar pembuatan desain

didaktis berpikir aljabar. Dari hasil studi pendahuluan berupa tes yang diberikan kepada 66 partisipan dan wawancara yang dilakukan kepada 15 orang siswa, ditemukan enam jenis kesulitan belajar dalam berpikir aljabar yang dapat dikategorikan ke dalam *didactical obstacle*, *ontological obstacle*, dan *epistemological obstacle*.

Kesulitan-kesulitan ketika siswa menyelesaikan masalah berpikir aljabar ini meliputi (1) kesulitan dalam memahami masalah, (2) kesalahan dalam menginterpretasikan soal, (3) masih menggunakan aturan bilangan loncat belum dapat menggeneralisasi aturan pola, (4) kesulitan menjelaskan strategi yang digunakan dalam menyelesaikan soal berpikir aljabar sederhana, (5) kesalahan dalam menggunakan strategi penyelesaian soal berpikir aljabar sederhana, (6) kesulitan dalam membedakan pertanyaan yang menanyakan bagian pola dan bagian dari keseluruhan dari pola.

Setelah itu, untuk membantu dalam memperkirakan respon siswa pada pembelajaran pengembangan berpikir aljabar di sekolah dasar ini, peneliti melakukan wawancara kepada guru. Wawancara dilakukan kepada dua guru kelas II dan satu orang guru senior kelas I yang sudah berpengalaman mengajar di kelas II bertahun-tahun. Dari hasil wawancara ditemukan bahwa kelima guru yang diwawancarai memandang bahwa kemampuan berpikir aljabar ini merupakan kemampuan yang sulit untuk dikembangkan di kelas II sekolah dasar. Guru-guru memprediksi bahwa siswa akan kesulitan dalam mengerjakan soal dikarenakan siswa tidak diajarkan dan dibiasakan untuk mengerjakan soal-soal yang berkaitan dengan menggeneralisasi pola. Hal ini menjadi acuan dalam pengembangan desain didaktis yang dibuat. Desain didaktis salahsatunya harus berawal dari proses pengenalan pola dan

membiasakan siswa dengan situasi-situasi yang berkaitan dengan pola.

Hasil-hasil temuan tersebut dianalisis dan dijadikan pembuatan desain didaktis yang berbentuk lima *lesson design* (*desain pembelajaran*) untuk lima pertemuan pembelajaran. Masing-masing pertemuan pembelajaran berdurasi 3 x 35 menit. *Lesson design* pada desain didaktis yang dibuat diuraikan sebagai berikut.

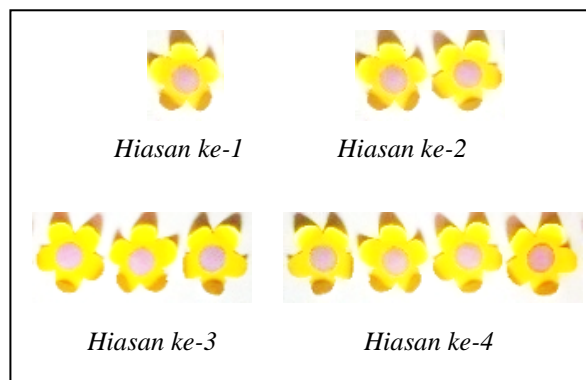
a. Lesson Design 1

Lesson design pada pertemuan pertama bertujuan untuk mengenalkan pola dan membuat generalisasi pada pola yang sederhana. Adapun aturan pola yang harus ditemukan siswa dalam pertemuan ini yaitu berhubungan dengan penjumlahan. Dalam *lesson design* ini terdapat tiga situasi didaktis yang diberikan.

1) Situasi didaktis pertama

Pada situasi didaktis pertama, soal dibacakan oleh guru dan diberikan dalam kegiatan klasikal. Hal ini dilakukan karena siswa masih belum mengenal apa itu pola sehingga kegiatan klasikal ini memudahkan guru untuk melakukan *scaffolding* jika ada anak yang kesulitan. *Scaffolding* lebih membentuk kemandirian siswa daripada pembelajaran langsung (Nurhayati, 2017). Sehingga dengan langkah-langkah situasi didaktis yang diterapkan guru, siswa akan mudah untuk mengenal pola secara mandiri.

Siswa diberi masalah berupa soal dengan pola sederhana. Soal yang diberikan meminta siswa untuk mengidentifikasi banyaknya gambar bunga yang harus ditempelkan di papan tulis pada pola yang ditanyakan. Beberapa siswa diminta untuk menempelkan gambar bunga di papan tulis. Penggunaan gambar bunga sebagai benda konkret yang dapat dimanipulasi siswa ini sesuai dengan tahapan perkembangan menurut teori Bruner yaitu tahap enaktif dimana pembelajaran diawali dengan menggunakan benda konkret sebagai medianya. Berikut ini adalah pola yang diberikan kepada siswa pada situasi pertama ini.



Gambar 1. Pola Situasi Didaktis 1 pada *Lesson Design 1*

Siswa diminta untuk menemukan banyak gambar bunga yang harus ditempelkan pada hiasan ke-5. Penggunaan angka yang sederhana serta banyaknya hiasan bunga sama dengan nomor urutan pola dimaksudkan untuk mempermudah siswa mengenal pola. Hal ini juga memungkinkan siswa agar mudah untuk mencari hubungan antara banyaknya hiasan bunga dengan nomor urutan pola. Siswa diharapkan dapat mencoba membuat aturan pola dengan kata-kata sendiri hingga menemukan bahwa aturan dari pola tersebut adalah banyaknya gambar bunga sama dengan nomor urutan.

Selanjutnya siswa diberi soal oleh guru. Soal ini merupakan pertanyaan lanjutan dari situasi sebelumnya. Guru bertanya “*Bagaimana jika kita akan membuat hiasan ke-10, berapa banyak gambar bunga yang harus kita tempelkan, Bagaimana jika kita akan membuat hiasan ke-25, berapa banyak gambar bunga yang harus kita tempelkan*”. Siswa diminta menebak jumlah hiasan bunga yang harus ditempelkan dengan melihat pola pada situasi didaktis 1. Untuk menyelesaikan hal tersebut, siswa tidak menempelkan gambar bunga. Tetapi siswa

harus dapat melihat hubungan banyaknya gambar bunga dengan nomor urutan pola yang ditanyakan.

Pertanyaan ini diberikan sebagai penguatan dari situasi sebelumnya. Siswa diberikan pengetahuan bahwa untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pola tidak selamanya harus menggunakan bantuan benda konkret atau digambar apalagi jika urutan pola yang ditanyakan mempunyai nomor yang besar, sehingga siswa harus menemukan aturan dari pola yang diberikan.

2) *Situasi didaktis kedua*

Pada situasi didaktis kedua, soal disajikan ke dalam bentuk LKS individu dan lembar kerja kelompok (berbentuk karton hasil diskusi). Pada LKS individu, siswa diminta untuk menentukan banyaknya gambar pada pola yang ditanyakan. Kemudian, siswa diminta untuk mendiskusikan hasil pemikirannya bersama teman sekelompoknya. Hasil diskusi kelompok ini lalu diinterpretasikan pada gambar bunga dan karton yang sudah disediakan. Masalah yang disajikan pada situasi kedua ini sebagai berikut.



Gambar 2. Konteks Masalah Situasi Didaktis 2 pada *Lesson Design 1*

Pada situasi kedua ini, bilangan yang menjadi aturan pola masih sederhana. Siswa diharapkan dapat menemukan aturan bahwa banyaknya gambar pada pola yang ditanyakan sama dengan nomor urutan pola ditambah 1.

3) *Situasi didaktis ketiga*

Pada situasi didaktis ketiga ini diberikan soal untuk mengevaluasi pemahaman siswa pada situasi-situasi yang telah diberikan sebelumnya serta melihat *learning obstacle* yang mungkin muncul pada *lesson design 1* ini.

b. *Lesson Design 2*

Lesson design pada pertemuan kedua bertujuan untuk membuat generalisasi pola. Adapun aturan pola yang harus ditemukan siswa dalam pertemuan ini yaitu berhubungan dengan perkalian. Dalam *lesson design* ini terdapat tiga situasi didaktis yang diberikan.


1) *Situasi didaktis pertama*


Pada situasi didaktis pertama, pola disampaikan dalam bentuk permainan. Hal ini dimaksudkan agar siswa mengenal bahwa pola dapat dikaitkan ke dalam dunia mereka dan pembelajaran lebih menyenangkan. Siswa diminta untuk melakukan permainan “Mencari Teman” selama dua babak permainan.


Pada babak kesatu, siswa diminta untuk berkumpul dengan dua orang teman, empat orang teman, enam orang teman, dan delapan orang teman. Sedangkan pada babak kedua, siswa diminta untuk berkumpul dengan lima orang teman, sepuluh orang teman, dan lima belas orang teman. Dari pola-pola yang ada di dalam permainan itu, siswa diminta untuk menemukan hubungan banyaknya siswa yang berkumpul dengan urutan permainan.


Ilustrasi pola pada permainan ini sebagai berikut.

Pada babak permainan pertama, siswa-siswa berkumpul dengan pola berikut.

Pola ke-1 = 


Pola ke-2 = 


Pola ke-3 = 


Pola ke-4 = 

- *Berapa orang siswa yang berkumpul pada pola ke-5?*
- *Berapa orang siswa yang berkumpul pada pola ke-8?*
- *Bagaimana cara kamu mengetahui banyaknya siswa pada pola tersebut? (titik-titik diisi dengan angka jawaban siswa).*

Pada babak permainan kedua, siswa-siswa berkumpul dengan pola berikut.

Pola ke-1 = 

Pola ke-2 = 

Pola ke-3 = 

- *Berapa orang siswa yang berkumpul pada pola ke-4?*
- *Berapa orang siswa yang berkumpul pada pola ke-7?*
- *Bagaimana cara kamu mengetahui banyaknya siswa pada pola tersebut? (titik-titik diisi dengan angka jawaban siswa).*

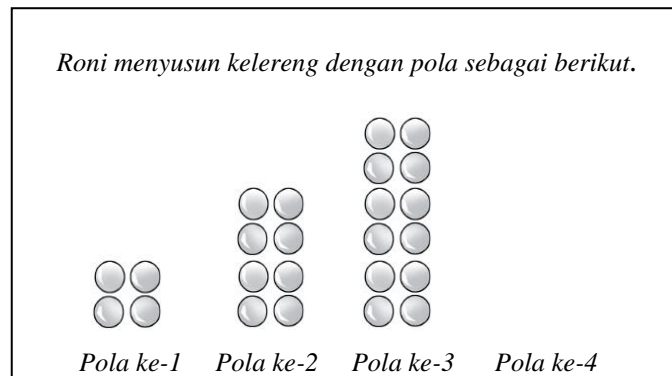
Gambar 3. Ilustrasi Permainan Situasi Didaktis 1 pada *Lesson Design 2*

Pada situasi ini, siswa diharapkan dapat menemukan hubungan bahwa banyaknya siswa yang berkumpul pada babak ke satu merupakan urutan permainan dikali 2, sedangkan banyaknya siswa yang berkumpul pada babak kedua merupakan urutan permainan dikali 5. Angka 2 dan 5 dipilih karena angka 2 masih sederhana sedangkan angka 5 mempunyai nilai perkalian istimewa sehingga diharapkan

siswa dapat menemukan aturan pola perkalian 2 dan 5.

2) *Situasi didaktis kedua*

Pada situasi kedua, masalah disajikan pada LKS individu. Siswa diharapkan mampu menemukan aturan pola perkalian 4 dari masalah yang diberikan. Adapun konteks masalah yang diberikan sebagai berikut.



Gambar 4. Konteks Masalah Situasi Didaktis 2 pada *Lesson Design 2*

Siswa diminta untuk melanjutkan gambar pola ke-4. Siswa diminta melihat hubungan antara banyaknya gambar dengan nomor urutan pola lalu memintanya untuk menggambar pada pola ke-4 yang tersedia. Kemudian siswa diminta untuk menentukan banyaknya kelereng pada pola ke-7 dan ke-10 dengan menganalisis pola pada situasi didaktis kedua dengan tanpa menggambar. Hal ini dimaksudkan agar siswa menemukan hubungan banyaknya gambar kelereng dengan urutan pola yang ditanyakan sehingga siswa mampu menggeneralisasi pola.

3) *Situasi didaktis ketiga*

Pada situasi didaktis ketiga siswa diberikan soal, hal ini dilakukan untuk mengevaluasi apakah ada kesulitan yang dialami siswa dalam *lesson design 2*.

c. Lesson Design 3

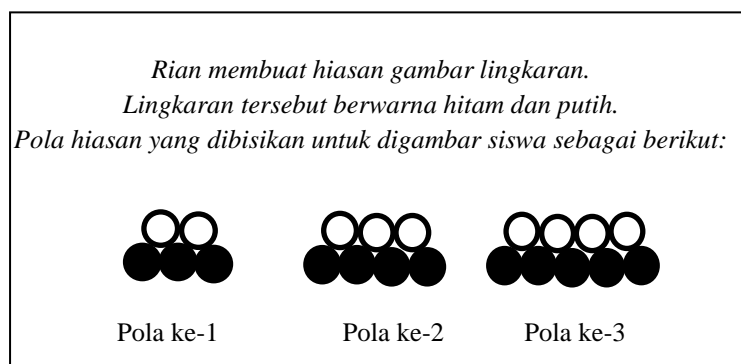
Lesson design pada pertemuan ketiga bertujuan untuk membuat generalisasi pola yang mempunyai dua komponen berbeda. Maksud dua komponen berbeda disini yaitu

gambar pada pola terdiri dari dua macam warna yang berbeda. Siswa diminta untuk menganalisis aturan pada setiap komponen dalam suatu pola. Dalam *lesson design* ini terdapat tiga situasi didaktis yang diberikan.

1) *Situasi didaktis pertama*

Pada situasi didaktis pertama, siswa diajak untuk melakukan permainan “Bisik Berantai”. Pada permainan ini guru akan membisikkan pola yang harus digambarkan oleh siswa. Siswa dibagi ke dalam beberapa kelompok, orang pertama berperan sebagai orang yang mendengarkan instruksi dari guru, lalu instruksi tersebut dibisikkan kepada teman-temannya dalam satu kelompok, kemudian orang terakhir menggambarkan pola yang diinstruksikan.

Siswa diberikan karton dan spidol sebagai alat gambar. Di dalam karton sudah tersedia pertanyaan-pertanyaan yang berbeda untuk setiap kelompoknya yang harus dipecahkan oleh siswa secara berkelompok. Ilustrasi pola pada permainan ini sebagai berikut.

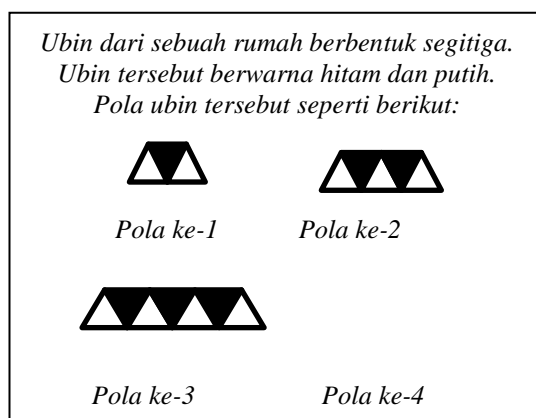


Gambar 5. Konteks Masalah Situasi Didaktis 1 pada *Lesson Design 3*

Siswa diharapkan dapat mengikuti permainan dengan baik dan dapat menggeneralisasi pola yang ada dalam permainan. Siswa harus mampu menemukan pola dari setiap komponen yang ada di dalam gambar (lingkaran hitam dan lingkaran putih).

2) *Situasi didaktis kedua*

Pada situasi didaktis kedua, siswa diberikan masalah dalam LKS individu. Siswa diminta untuk melanjutkan pola yang ada di dalam LKS. Konteks masalah yang ada pada situasi ini sebagai berikut.



Gambar 6. Konteks Masalah Situasi Didaktis 2 pada *Lesson Design 3*

Pada situasi didaktis ini siswa diminta untuk menentukan banyak ubin hitam dan putih pada pola keempat. Disini siswa diharapkan dapat menemukan bahwa aturan pola untuk ubin hitam dan putih berbeda. Aturan untuk ubin hitam adalah banyaknya sama dengan nomor urutan pola, sedangkan untuk ubin putih adalah banyaknya sama dengan nomor urutan ditambah satu.

Kegiatan selanjutnya, siswa diminta untuk melengkapi tabel berdasarkan pengamatannya pada situasi didaktis kedua di *lesson design 3*. Tabel ini akan mempermudah siswa dalam melakukan generalisasi pola. Siswa diminta untuk melengkapi banyak segitiga hitam dan putih pada pola ke-2, ke-3 dengan menganalisis pola yang tersedia.

Siswa juga diminta untuk melengkapi banyak segitiga hitam dan putih pada pola ke-4, ke-8 dengan temuan dari hasil analisisnya. Kemudian melengkapi dua pola yang dikosongkan. Hal ini dimaksudkan untuk memfasilitasi siswa untuk mengembangkan berpikir kreatifnya dalam memberikan beragam jawaban namun sesuai dengan aturan pola yang ada.

Sebagai pendalaman materi, siswa diminta untuk menentukan banyaknya ubin segitiga hitam dan putih pada pola ke-30 tanpa menggambar. Siswa diharapkan mampu untuk memecahkan masalah tersebut dengan menggunakan generalisasi pola yang ada.

3) *Situasi didaktis ketiga*

Pada situasi didaktis ini, siswa diberikan soal, hal ini dilakukan untuk mengevaluasi apakah ada kesulitan yang dialami siswa dalam *lesson design 3*.

d. Lesson Design 4

Lesson design pada pertemuan keempat bertujuan untuk membuat generalisasi pola yang mempunyai dua komponen berbeda. Perbedaannya dengan situasi didaktis pada *lesson design* ketiga adalah pada *lesson design* keempat siswa diminta untuk menganalisis aturan keseluruhan komponen dalam setiap pola berdasarkan analisis terhadap komponen-komponen dalam pola tersebut. Dalam *lesson design* ini terdapat tiga situasi didaktis yang diberikan.

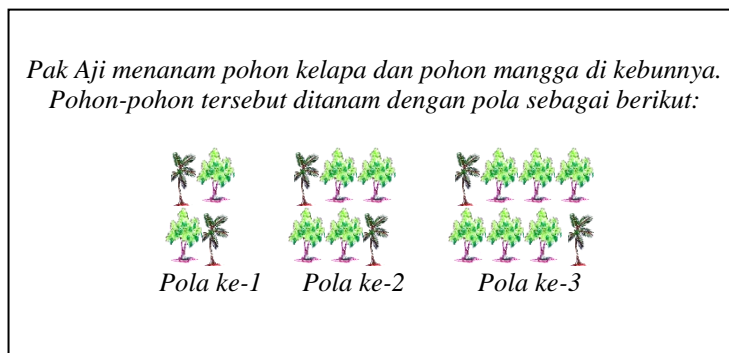
1) *Situasi didaktis pertama*

Pada situasi didaktis pertama, masalah dibacakan guru secara klasikal. Siswa diminta untuk mendiskusikan masalah

tersebut berkelompok dengan teman sebangkunya. Kemudian siswa menuliskan hasilnya pada tabel yang dibuat guru di papan tulis.

Masalah pada situasi didaktis ini berkaitan dengan generalisasi pola dengan

dua komponen berbeda dengan satu tetap. Maksud tetap disini yaitu banyaknya satu komponen dalam suatu pola mempunyai jumlah yang tetap. Konteks masalah yang digunakan pada situasi ini dapat dilihat sebagai berikut.



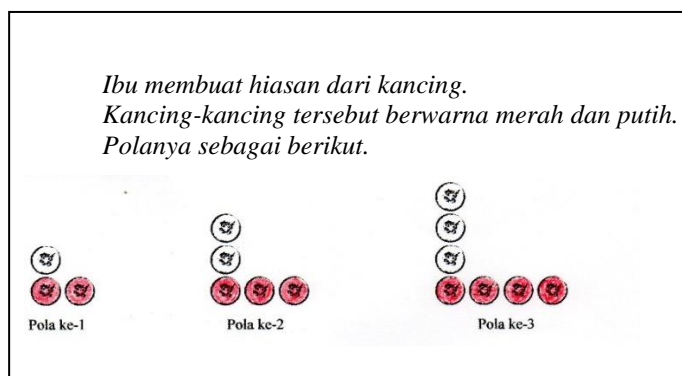
Gambar 7. Konteks Masalah Situasi Didaktis 1 pada *Lesson Design 4*

Dalam masalah tersebut dua komponen berbeda yang dimaksud adalah pohon kelapa dan pohon mangga, sedangkan satu komponen tetap adalah banyaknya pohon kelapa pada setiap pola sama yaitu dua. Siswa diharapkan dapat menggeneralisasi pola sehingga menemukan aturan bahwa banyaknya pohon mangga adalah nomor urutan pola ditambah nomor urutan pola atau nomor urutan pola dikali 2. Siswa juga

harus dapat menentukan banyaknya semua pohon dalam pola yang ditanyakan.

2) *Situasi didaktis kedua*

Pada situasi didaktis kedua, siswa diberi LKS individu. Pola yang terdapat pada masalah situasi didaktis ini berupa pola yang mempunyai dua komponen berbeda dan mempunyai letak atau susunan berbeda. Adapun masalah yang diberikan sebagai berikut.



Gambar 8. Konteks Masalah Situasi Didaktis 2 pada *Lesson Design 4*

Pada masalah tersebut terdapat dua komponen berbeda yakni kancing merah dan kancing putih. Posisi kedua kancing tersebut juga berbeda. Kancing merah disusun secara horizontal sedangkan kancing putih disusun secara vertikal. Siswa diharapkan mampu menggeneralisasi aturan bahwa banyaknya kancing putih

adalah nomor urutan pola sedangkan banyaknya kancing merah adalah nomor urutan pola ditambah satu. Dengan generalisasi tersebut siswa dapat menentukan banyaknya semua kancing pada pola ke-6.

Setelah itu, siswa diminta untuk melengkapi tabel pada LKS berdasarkan

hasil analisis terhadap pola yang disediakan. Siswa diminta untuk melengkapi banyaknya kancing putih dan merah pada pola ke-2, dan ke-3 dengan menganalisis pola yang ada. Siswa juga diminta untuk melengkapi banyak kancing putih dan merah pada pola ke-6 dengan temuan dari hasil analisisnya.

Selain itu, siswa diminta untuk menentukan banyaknya kancing putih dan semua kancing jika banyak kancing merah yang diketahui ada 15. Siswa juga diminta untuk menentukan banyaknya kancing merah dan semua kancing jika banyak kancing putih yang diketahui ada 21. Kemudian siswa melengkapi tiga pola yang dikosongkan. Hal ini dimaksudkan untuk memfasilitasi siswa untuk mengembangkan berpikir kreatifnya dalam memberikan beragam jawaban namun sesuai dengan aturan pola yang ada.

3) Situasi didaktis ketiga

Pada situasi didaktis ketiga, siswa diberikan soal. Hal ini dilakukan untuk mengevaluasi apakah ada kesulitan yang dialami siswa dalam *lesson design* 4. Masalah yang diberikan merupakan masalah yang diujikan ketika studi pendahuluan untuk melihat *learning obstacle* siswa.

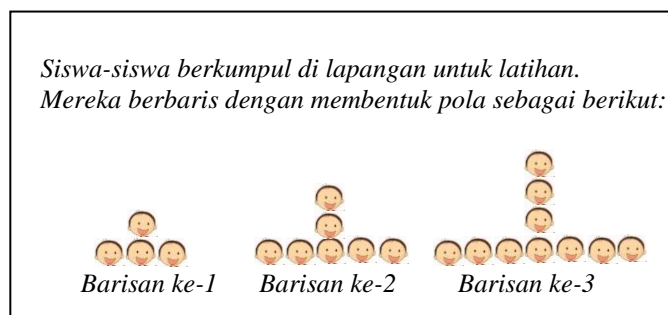
e. Lesson Design 5

Lesson design pada pertemuan kelima bertujuan untuk membuat generalisasi pola dengan memperhatikan susunannya. Siswa diharapkan dapat menggeneralisasi pola dengan melihat posisi gambar pada pola yang ada. Dalam *lesson design* ini terdapat tiga situasi didaktis yang diberikan.

1) Situasi didaktis pertama

Pada situasi didaktis pertama, siswa diberikan masalah pada LKS individu. Masalah ini menuntut siswa untuk menggeneralisasi dengan melihat posisi gambar pada pola (vertikal dan horizontal) dengan tiga arah (samping kiri, samping kanan, atas).

Siswa diminta untuk menentukan banyaknya siswa pada barisan ke-5, ke-10, dan ke-30. Angka-angka ini digunakan karena relatif mudah untuk digunakan dalam operasi penjumlahan. Pada masalah tersebut siswa diharapkan mampu menemukan aturan bahwa jumlah siswa pada setiap barisan adalah urutan barisan dikali tiga ditambah 1 atau urutan barisan ditambah urutan barisan ditambah 1. Adapun ilustrasi masalah yang diberikan sebagai berikut.

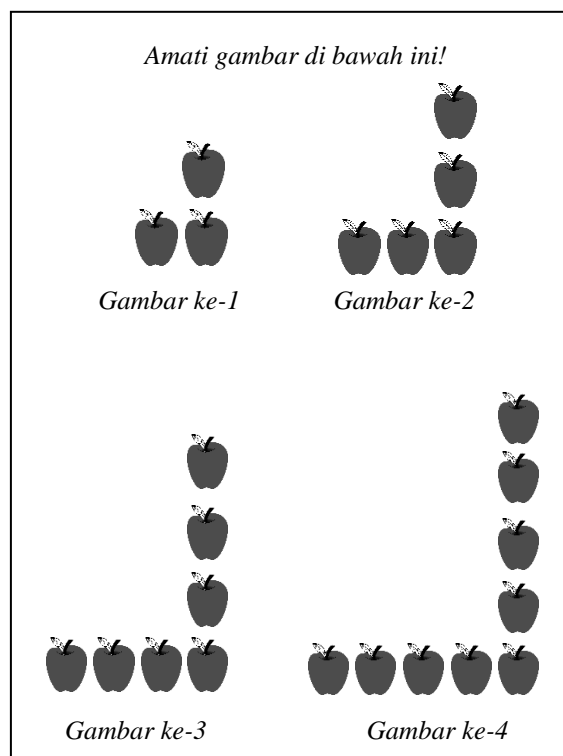


Gambar 9. Konteks Masalah Situasi Didaktis 1 pada *Lesson Design* 5

2) Situasi didaktis kedua

Pada situasi didaktis kedua, masalah juga diberikan di dalam LKS individu. Masalah yang diberikan merupakan masalah yang diujikan ketika studi pendahuluan untuk melihat *learning*

obstacle siswa. Masalah ini menuntut siswa untuk menggeneralisasi dengan melihat posisi gambar pada pola (vertikal dan horizontal) dengan dua arah (samping kiri dan atas). Masalah yang diberikan sebagai berikut.



Gambar 10. Konteks Masalah Situasi Didaktis 2 pada *Lesson Design 5*

Siswa diminta untuk menentukan banyaknya apel pada gambar ke-5, ke-8, dan ke-10. Pada masalah tersebut siswa diharapkan mampu menemukan aturan bahwa banyak apel pada setiap gambar adalah urutan gambar dikali dua ditambah 1 atau nomor urutan gambar ditambah nomor urutan gambar ditambah 1.

3) *Situasi didaktis ketiga*

Pada situasi didaktis ketiga siswa diberikan soal, hal ini dilakukan untuk mengevaluasi apakah ada kesulitan yang dialami siswa dalam *lesson design 5*.

Dari kelima *lesson design* yang dibuat, tujuan akhirnya adalah siswa mampu untuk menggeneralisasi pola. Untuk itu, pada setiap situasi didaktis disediakan pola-pola untuk diamati siswa. Beberapa pola disusun dengan posisi yang berbeda (secara horizontal dan vertikal). Hal ini sejalan dengan pendapat Radford (2011) bahwa susunan ini akan dapat mengembangkan kemampuan spasial-numerik siswa karena secara spasial siswa menentukan benda atau gambar dalam suatu posisi sedangkan secara numeriknya siswa menentukan banyaknya benda atau gambar dalam setiap

pola. Situasi didaktis yang dihadirkan pada desain didaktis ini juga tidak hanya berupa pemberian pola-pola sederhana, tetapi juga melibatkan benda konkret dan permainan.

Benda konkret dipilih karena berdasarkan teori Piaget siswa kelas II sekolah dasar masih berada pada tahap operasional konkret (Desmita, 2012). Pembelajaran yang mendukung berpikir aljabar yang menggunakan benda konkret juga disertai pertanyaan spesifik untuk membuat hubungan eksplisit antara pola dan posisinya, dan pertanyaan spesifik yang membantu siswa mencapai generalisasi dalam kaitannya dengan posisi yang tidak diketahui (Warren & Cooper, 2008). Siswa akan dapat lebih memahami materi berpikir aljabar ini jika memanipulasi benda konkret yang mempunyai susunan pola tertentu.

Manipulasi benda konkret pada beberapa situasi juga disertai dengan permainan. Dimana hal ini dimaksudkan untuk meningkatkan motivasi dan semangat siswa untuk mempelajari matematika (Syafik, 2006; Sulistyowati, 2014; Bito, 2016; Nugraheni, 2017). Dengan adanya permainan, siswa mengalami sendiri

bagaimana membentuk pola sederhana dengan temannya, sehingga siswa diharapkan bisa membuat generalisasi dengan kata-katanya sendiri.

Desain didaktis yang dirancang terdiri lima pertemuan dengan tiga situasi didaktis setiap *lesson design*-nya. Beberapa situasi dirancang sesuai dengan teori Brunner (Maulana, 2011) yaitu enaktif, ikonik, simbolik. Pembelajaran dimulai dengan aktivitas siswa dalam meneruskan pola dengan bantuan benda konkret, lalu siswa meneruskan pola dengan digambar, setelah itu siswa harus menyajikan aturan dari pola yang telah digeneralisasinya dalam bentuk simbol. Namun bentuk simbol disini bukan simbol aljabar formal. Bentuk simbol disini adalah aturan pola dalam bentuk matematis (seperti: nomor urutan + nomor urutan, nomor urutan x 2) sesuai dengan kata-kata siswa.

Lesson design juga disusun dengan memuat pola-pola dari mulai yang sederhana sampai ke yang lebih rumit sesuai dengan *learning trajectory* siswa. Pola tersebut dapat terdiri dari pola-pola yang objeknya yang mempunyai komponen yang sama yang setiap komponennya dihubungkan secara konsisten serta objeknya yang mempunyai dua komponen berbeda yang setiap elemennya dihubungkan (Papic, Mulligan, & Mitchelmore, 2011). *Lesson design* pertama berkaitan dengan mengenalkan dan mengeneralisasi pola aljabar sederhana. Aturan pola pada desain ini yaitu penjumlahan. *Lesson design* kedua berkaitan dengan mengeneralisasi pola sederhana yang mempunyai aturan perkalian. *Lesson design* ketiga berkaitan dengan generalisasi pola yang mempunyai dua komponen berbeda. Maksud dua komponen berbeda disini yaitu gambar pada pola terdiri dari dua macam warna yang berbeda. *Lesson design* keempat berkaitan dengan generalisasi pola dua komponen berbeda yang meminta siswa untuk menganalisis aturan keseluruhan komponen dalam setiap pola berdasarkan analisis terhadap komponen-komponen

dalam pola tersebut. *Lesson design* kelima berkaitan dengan generalisasi pola dengan memperhatikan susunannya.

Pemberian pola yang bervariasi pada setiap *lesson design* ini dimaksudkan untuk membantu siswa dalam mengembangkan berpikir aljabar pada situasi-situasi yang berbeda. Variasi ini akan membantu siswa untuk fokus mencari hubungan jumlah posisi dan pola (Warren dan Cooper, 2008). Variasi pola juga dimaksudkan agar dapat mempermudah siswa dalam membuat generalisasi dengan melihat keterkaitan antara jumlah pola dan melihat pertambahan pola yang tetap untuk nanti bisa diterapkan pada situasi yang baru (Tampi, Subanji, Sisworo, 2017; Arcavi, Drijvers, & Stacey, 2016).

Generalisasi dalam pemikiran anak-anak juga sangat erat berhubungan dengan urutan pola (Radford, 2018) serta masih berupa representasi simbol dari pola-pola yang dilihat dan masih berupa kata-kata sesuai dengan tingkat pemikiran anak-anak (Blanton, et al., 2015). Jadi dengan banyaknya pola yang mempunyai posisi berbeda, siswa diharapkan dapat membuat generalisasi berupa kata-katanya sendiri dengan melihat hubungan antara urutan nomor pola, posisi, serta banyaknya gambar atau objek dari pola yang diberikan, tidak sekedar melihat hubungan banyaknya objek antar pola dengan melakukan perhitungan bilangan loncat.

SIMPULAN

Kemampuan berpikir aljabar merupakan salah satu kemampuan yang harus dipersiapkan siswa untuk mempelajari aljabar secara formal. Dengan ditemukannya bahwa kemampuan aljabar siswa yang masih rendah serta besar kemungkinan kemampuan ini untuk dikembangkan mulai dari sekolah dasar kelas rendah, maka perlu dibuatkan aktivitas-aktivitas pembelajaran yang dapat memfasilitasinya. Desain didaktis yang dirancang untuk mengembangkan berpikir aljabar di kelas II disusun menjadi lima *lesson design*. Setiap *lesson design* terdiri

dari tiga situasi didaktis yang didalamnya memuat aktivitas-aktivitas siswa dalam mengeneralisasi pola. Desain didaktis yang telah dirancang perlu untuk diujicobakan dalam penelitian yang lebih lanjut sehingga dapat dihasilkan desain didaktis yang lebih efektif untuk mengembangkan kemampuan berpikir aljabar dalam aspek mengeneralisasi pola. Penelitian lainnya yang dapat dilakukan juga tidak terbatas juga pada aspek mengeneralisasi pola, karena penelitian mengenai berpikir aljabar di sekolah dasar masih sangat jarang di Indonesia.

DAFTAR PUSTAKA

- Al-Murani, T. (2006, July). Teachers' awareness of dimensions of variation: A mathematics intervention project. In *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 2*, 25-32.
- Arcavi, A., Drijvers, P., & Stacey, K. (2016). *The learning and teaching of algebra: Ideas, insights and activities*. New York: Routledge.
- Ardiansari, L. (2017). Aplikasi Didactical Design Research dalam Menganalisis Kesulitan Belajar Siswa SMP Mempelajari Materi Aljabar. *Ar-Risalah: Media Keislaman, Pendidikan dan Hukum Islam*, 14(2), 12-21.
- Bito, G. S. (2016). Aktivitas Bermain sebagai Konteks dalam Belajar Matematika di Sekolah Dasar dengan Pendekatan Matematika Realistik. *Jurnal Pemikiran dan Pengembangan Sekolah Dasar (JP2SD)*, 1(4), 250-255.
- Blanton, M., et al. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for research in Mathematics Education*, 46(1), 39-87.
- Booker, G. (2009). Algebraic thinking: generalising number and geometry to express patterns and properties succinctly. *Mathematics of prime importance*, 10-21.
- Bråting, K., Madej, L., & Hemmi, K. (2019). Development of algebraic thinking: Opportunities offered by the Swedish curriculum and elementary mathematics textbooks. *Nordisk matematikdidaktikk, NOMAD: [Nordic Studies in Mathematics Education]*, 24(1), 27-49.
- Cai, J., Ng, S. F., & Moyer, J. C. (2011). Developing students' algebraic thinking in earlier grades: Lessons from China and Singapore. In *Early algebraization* (pp. 25-41). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Dalyono. (2012). *Psikologi Pendidikan*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Desmita. (2012). *Psikologi Perkembangan Peserta Didik*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.
- Nur, F., & Triratnawati, D. (2008). *Cerdas Berhitung Matematika untuk SD/MI kelas 3*. Jakarta: Pusat Perbukuan.
- Herutomo, R. A., & Saputro, T. E. M. (2014). Analisis kesalahan dan miskonsepsi siswa kelas VIII pada materi aljabar. *Edusentris*, 1(2), 134-145.

- Hidayati, F. (2010). Kajian kesulitan belajar siswa kelas VII SMP Negeri 16 Yogyakarta dalam mempelajari aljabar. *Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam UNY: Yogyakarta (Tidak Dipublikasikan)*.
- Lee, L., & Freiman, V. (2006). Developing algebraic thinking through pattern exploration. *Mathematics teaching in the middle school, 11*(9), 428-433.
- Lew, H. C. (2004). Developing algebraic thinking in early grades: Case study of Korean elementary school mathematics. *The Mathematics Educator, 8*(1), 88-106.
- Marsetyorini, A. D. & Murwaningtyas, C. E. (2012). Diagnosis Kesulitan Belajar Siswa dan Pembelajaran Remedial dalam Materi Operasi Pada Pecahan Bentuk Aljabar Di Kelas VIII SMPN 2 Jetis Bantul. *Prosiding Makalah dipresentasikan dalam Seminar nasional Matematika dan Pendidikan Matematika "Kontribusi Pendidikan Matematika dan Matematika dalam Membangun Karakter Guru dan Siswa"*, 59-70. Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UNY.
- Masitoch, N., et al. (2009). *Gemar Matematika 3: Untuk SD dan MI kelas III*. Jakarta: Pusat Perbukuan.
- Maulana. (2011). *Dasar-dasar Keilmuan dan Pembelajaran Matematika: Sequel 1*. Subang: Royyan Press.
- Moyer, J., Huinker, D., & Cai, J. (2004). Developing algebraic thinking in the earlier grades: A case study of the US Investigations curriculum. *The Mathematics Educator, 8*(1), 6-38.
- Nugraheni, N. (2017). Implementasi Permainan pada Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar. *Journal of Medives: Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang, 1*(2), 142-149.
- Nurhayati, E. (2017). Penerapan scaffolding untuk pencapaian kemandirian belajar siswa. *JP3M (Jurnal Penelitian Pendidikan dan Pengajaran Matematika), 3*(1), 21-26.
- Papic, M. M., Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (2011). Assessing the development of preschoolers' mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education, 42*(3), 237-269.
- Permatasari, B. A. D., & Kristiana, A. I. (2015). Analisis Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Materi Aljabar Siswa Kelas VIII SMP Negeri 2 Bangil. *KadikMA, 6*(2).
- Permendikbud No. 24 Tahun 2016 Tentang KI dan KD Kurikulum 2013 Revisi 2016 SD/MI
- Radford, L. (2010, July). Elementary forms of algebraic thinking in young students. In *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 73-80).
- Radford, L. (2011). Grade 2 students' non-symbolic algebraic thinking. In *Early algebraization* (pp. 303-322). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Radford, L. (2012). *On the development of algebraic thinking*. *PNA. 64*(1), 117-133.

- Radford, L. (2018). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. In *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds* (pp. 3-25). Springer, Cham.
- Schmittau, J., & Morris, A. (2004). The development of algebra in the elementary mathematics curriculum of VV Davydov. *The Mathematics Educator*, 8(1), 60-87.
- Syafik, A. (2006). Permainan Matematika Sebagai Metode Alternatif Dalam Pembelajaran Matematika Pada Siswa Kelas I Sekolah Dasar. *LIMIT-Pendidikan Matematika*, (02), 21-36.
- Sulistyowati, E. (2014). Penggunaan Permainan dalam Pembelajaran Perkalian di Kelas II SD/MI. *Al-Bidayah: Jurnal Pendidikan Dasar Islam*, 6(2).
- Tampi, W., Subanji, S., & Sisworo, S. (2016). Proses Metakognisi Siswa Dalam Pemecahan Masalah Aljabar Berdasarkan Taksonomi SOLO. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, dan Pengembangan*, 1(11), 2118-2125.
- Warren, E., & Cooper, T. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 171-185.